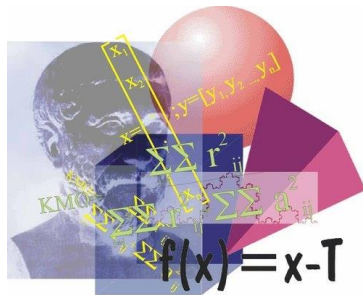


Definición de Geometría Analítica

La Geometría analítica consiste en aplicar el método del análisis a la Geometría, usando los métodos algebraicos en la resolución de problemas geométricos y viceversa, ya que los métodos de la geometría analítica pueden utilizarse para obtener una representación geométrica de las ecuaciones y relaciones funcionales.



La Geometría Analítica también es conocida como *Geometría cartesiana* debido al concepto de sistema coordenado, introducido por el francés René Descartes, así, una cantidad de problemas pueden ser resueltos por medio de un procedimiento uniforme asociado con el uso de este sistema.

➤ Localización de puntos en el plano cartesiano

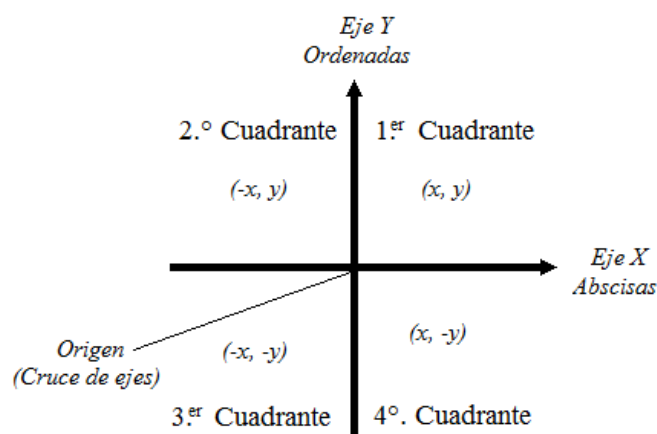
El sistema coordenado rectangular, consta de dos rectas dirigidas $X'X$ y $Y'Y$, llamadas **ejes de coordenadas** que son perpendiculares entre sí. La recta $X'X$ se llama **eje X** y la recta $Y'Y$ es el **eje Y** con punto de intersección en **O**: es el **origen**. Los ejes coordenados dividen el plano en 4 regiones o **cuadrantes** numerados.

Todo punto **P** del plano puede localizarse por medio del sistema rectangular. Se traza PA perpendicularmente al *eje X* y PB perpendicular al *eje Y*. La longitud del segmento OA se representa en x y se llama abscisa de P , y la longitud del segmento OB se representa por y , llamado ordenada de P .

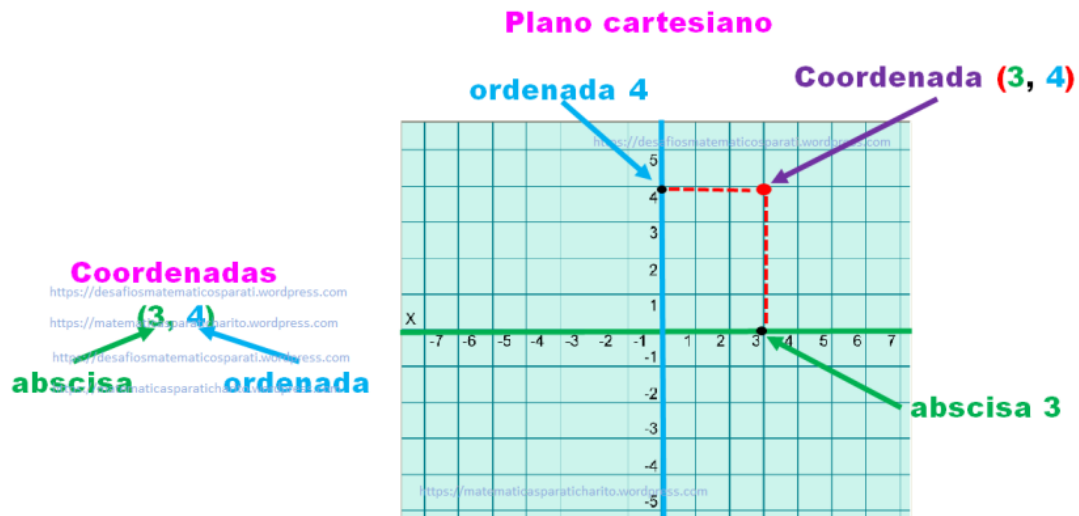
Los números reales x y y se llaman **coordenadas de P** y son representadas por **(x,y)**. Las *abscisas* medidas sobre X a la derecha de O son positivas, y a la izquierda negativas. Las *ordenadas* sobre Y arriba de O son positivas, y hacia abajo negativas. A cada punto P sobre el plano cartesiano le corresponde un par de coordenadas (x,y) .

Es importante escribir las coordenadas en su orden establecido: la abscisa en primer lugar y la ordenada en el segundo.

Plano Cartesiano



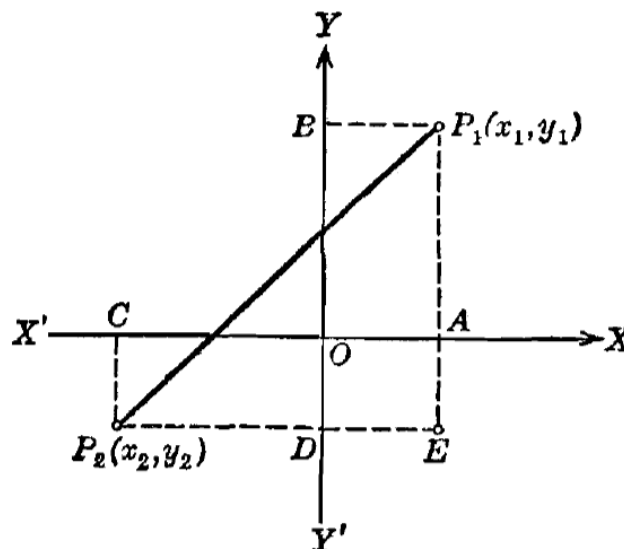
La **localización de un punto** por medio de sus coordenadas, o **trazado de un punto**, se hace localizando en primer lugar el primer componente sobre el eje X , y después el segundo componente en paralelo al eje Y , obteniendo así el punto $P(x,y)$. El trazado de los puntos es más sencillo usando papel coordenado rectangular.



➤ **Distancia entre dos puntos**

Sean $P_1(x_1, y_1)$ y $P_2(x_2, y_2)$ dos puntos cualquiera. Se determina la distancia entre P_1 y P_2 , siendo $d = \overline{P_1P_2}$. Para P_1P_2 se trazan las perpendiculares P_1A y P_2D a ambos ejes de coordenadas, con E como su **punto de intersección**. Así se forma el triángulo rectángulo P_1EP_2 , que, por el teorema de Pitágoras:

$$d^2 = \overline{P_1P_2}^2 = \overline{P_2E}^2 + \overline{EP_1}^2$$



Si sustituimos las coordenadas de los pies de las perpendiculares a los ejes de coordenadas: $A(x_1, 0)$, $B(0, y_1)$, $C(x_2, 0)$, $D(0, y_2)$, obtenemos que "la distancia d entre dos puntos $P_1(x_1, y_1)$ y $P_2(x_2, y_2)$ está dada por la fórmula

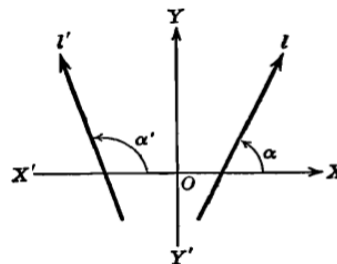
$$d = \sqrt{(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2}$$

➤ **Pendiente de una recta:** Se llama pendiente o **coeficiente angular** de una recta a la a la **tangente** de su **ángulo de inclinación**. Al ser designada con m , podemos decir que:

$$m = \tan \alpha$$

Si $P_1(x_1, y_1)$ y $P_2(x_2, y_2)$ son dos puntos diferentes de una recta, la pendiente de una recta es:

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$



➤ **División de una razón dada**

“Si $P_1(x_1, y_1)$ y $P_2(x_2, y_2)$ son los extremos de un segmento $\overline{P_1P_2}$, las coordenadas (x, y) de un punto P que divide a este segmento en la razón dada $r = \overline{P_1P} : \overline{PP_2}$ son:

$$x = \frac{x_1 + rx_2}{1+r}, y = \frac{y_1 + ry_2}{1+r}, r \neq -1$$

Para demostrar lo anterior, se trazan los puntos P_1, P, P_2 a los ejes coordenados; de este modo las rectas paralelas P_1A_1 , interceptan segmentos proporcionales sobre los segmentos tanto:

$$\frac{\overline{P_1P}}{\overline{PP_2}} = \frac{\overline{A_1A}}{\overline{AA_2}} \quad \text{y} \quad \frac{\overline{P_1P}}{\overline{PP_2}} = \frac{\overline{B_1B}}{\overline{BB_2}}$$

Siendo las coordenadas perpendiculares al eje X: $A_1(x_1, 0)$, tenemos que:

$$\overline{A_1A} = x - x_1 \quad \overline{AA_2} = x_2 - x$$

$$\overline{B_1B} = y - y_1 \quad \overline{BB_2} = y_2 - y$$

que al sustituir dichos valores en el teorema inicial, obtenemos

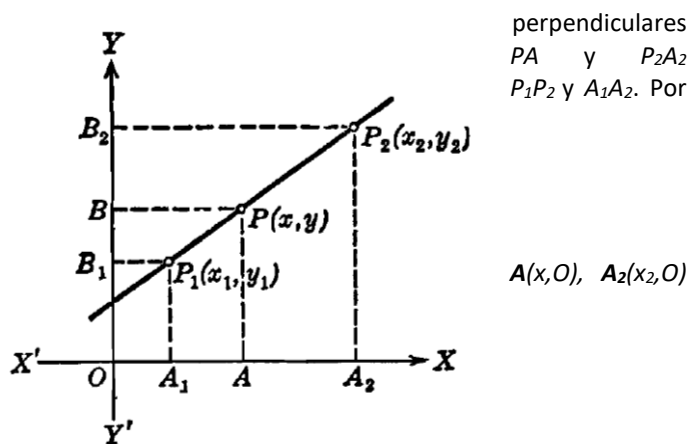
$$r = \frac{x - x_1}{x_2 - x} \quad \text{y} \quad r = \frac{y - y_1}{y_2 - y}, \text{ de donde:}$$

$$x = \frac{x_1 + rx_2}{1+r} \quad y = \frac{y_1 + ry_2}{1+r}$$

➤ **Ángulo entre dos rectas**

Un ángulo especificado θ formado por dos rectas está dado por la fórmula

$$\tan \theta = \frac{m_2 - m_1}{1 + m_1 m_2}$$



perpendiculares
 PA y PA_2
 P_1P_2 y A_1A_2 . Por

$A(x, 0), A_2(x_2, 0)$

AREA Y PERÍMETRO DE FIGURAS PLANAS CONCEPTOS BÁSICOS

¿QUÉ ES UN POLÍGONO?

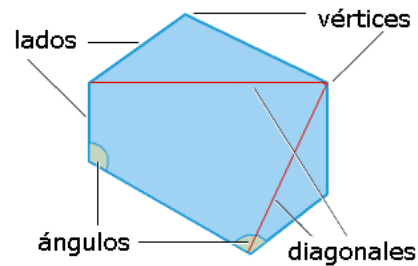
Los polígonos son figuras planas cerradas, limitadas por segmentos rectilíneos. Los elementos de un polígono son los lados, los vértices, los ángulos y las diagonales.

Los **lados** son los segmentos rectilíneos que delimitan al polígono.

Los **vértices** son los puntos donde se cortan los lados dos a dos.

Los **ángulos** son las regiones comprendidas entre cada par de lados.

Las **diagonales** son los segmentos que unen cada pareja de vértices no consecutivos.

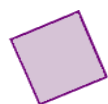


CLASES DE POLÍGONOS

Según su número de lados, los polígonos se llaman:



Triángulo:
3 lados



Cuadrilátero:
4 lados



Heptágono:
7 lados



Octógono:
8 lados



Pentágono:
5 lados



Hexágono:
6 lados



Eneágono:
9 lados

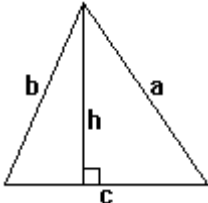
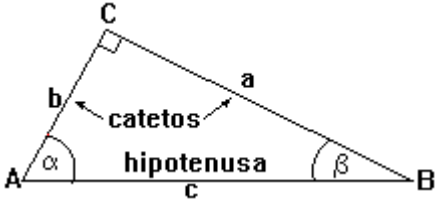
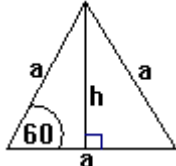
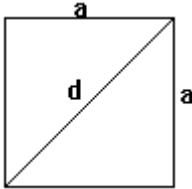
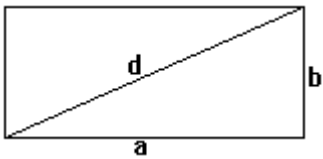
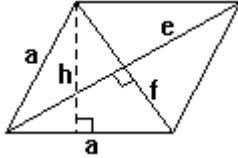


Decágono:
10 lados

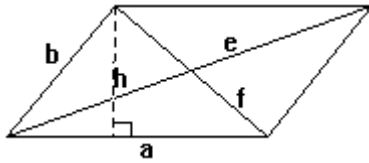
CONCEPTOS DE PERÍMETRO Y AREA DE UNA FIGURA PLANA

Se llama *perímetro* de una figura plana a la longitud del borde de la figura.

Se llama *área* de una figura plana a la medida de la superficie que ocupa.

Figura Geométrica	Perímetro y Área
Triángulo Cualquiera 	$P = a + b + c$ $\acute{a} = \frac{\text{base} \cdot \text{altura}}{2} = \frac{c \cdot h}{2}$
Triángulo Rectángulo 	$P = a + b + c$ $\acute{a} = \frac{\text{cateto} \cdot \text{cateto}}{2} = \frac{a \cdot b}{2}$
Triángulo Equilátero 	$P = 3a$ $\acute{a} = \frac{a^2 \sqrt{3}}{4}$
Cuadrado 	$P = 4a$ $\acute{a} = a^2$ $\acute{a} = \frac{d^2}{2}$
Rectángulo 	$P = 2a + 2b$ $\acute{a} = \text{lado} \cdot \text{lado} = a \cdot b$
Rombo 	$P = 4a$ $\acute{a} = \text{base} \cdot \text{altura} = b \cdot h$ $\acute{a} = \frac{\text{diagonal} \cdot \text{diagonal}}{2} = \frac{e \cdot f}{2}$

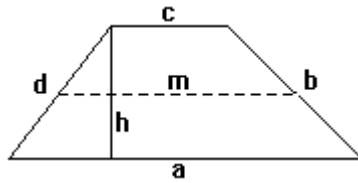
Romboide



$$P = 2a + 2b$$

$$\acute{a} = a \cdot h$$

Trapezio

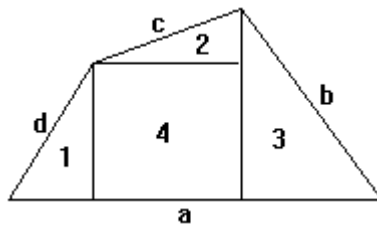


$$P = a + b + c + d$$

$$\acute{a} = \frac{(base1 + base2) \cdot altura}{2} = \frac{(a + c) \cdot h}{2}$$

$$\acute{a} = Mediana \cdot altura = m \cdot h$$

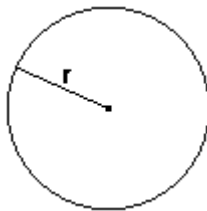
Trapezoide



$$P = a + b + c + d$$

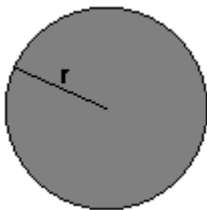
$$\acute{a} = \acute{a}1 + \acute{a}2 + \acute{a}3 + \acute{a}4$$

Circunferencia



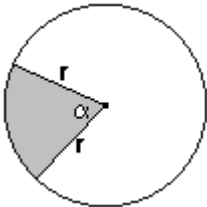
$$P = 2\pi \cdot r$$

Círculo



$$\acute{a} = \pi \cdot r^2$$

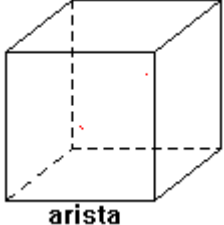
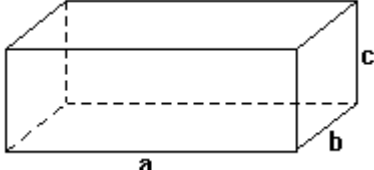
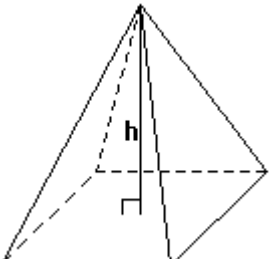
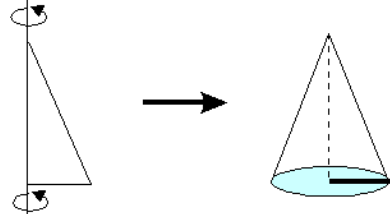
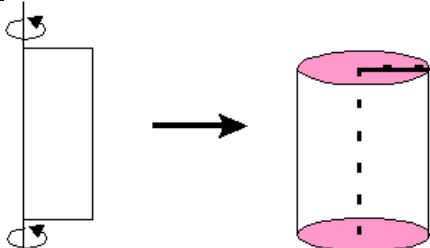
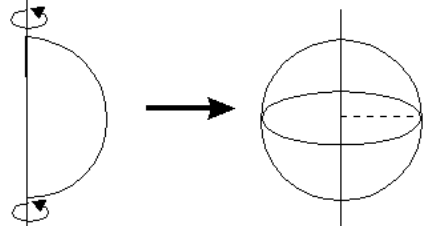
Sector Circular



$$p = 2r + AB = 2r + \frac{2\pi r \alpha}{360}$$

$$\acute{a} = \frac{\pi r^2 \cdot \alpha}{360}$$

VOLUMENES DE CUERPOS

<p>Cubo:</p> 	$\text{Área} = 6a^2$ $V = a^3$
<p>Paralelepípedo:</p> 	$\text{Área: } 2(ab + ac + bc)$ $\text{Volumen: } a \cdot b \cdot c$
<p>Pirámide</p> 	$V = \frac{\text{area basal} \cdot \text{altura}}{3}$
<p>Cono: Se forma por la rotación de un triángulo rectángulo como lo indica la figura</p> 	$V = \frac{\pi \cdot r^2}{3}$
<p>Cilindro Se forma por la rotación de un rectángulo como lo indica la figura</p> 	$V = \pi r^2 \cdot h$
<p>Esfera Se forma por la rotación de una semicircunferencia como lo indica la figura</p> 	$V = \frac{4}{3} \pi r^3$