Tecnicatura Universitaria en Programación (TUP)

Ingreso 2026

Matemática

UNIVERSIDAD TECNOLÓGICA NACIONAL
FACULTAD REGIONAL MAR DEL PLATA

Índice de contenidos Unidad I

Sistemas de numeración

- Concepto de sistema de numeración…… 2
- Conversión de un sistema de numeración a otro…….. 2
- Conversión de un número en base b a base 10……. 3
- Sistema binario…….. 3
- Conversión rápida de decimal a binario…… 3
- Sistema octal…… 4
- Conversión de binario a octal…….. 4
- Conversión de octal a binario…….. 5
- Sistema hexadecimal……. 5
- Conversión de binario a hexadecimal…… 5
- Conversión de hexadecimal a binario…… 6
- Ejercicios…… 7
- Suma en los distintos sistemas…….. 7

Campos numéricos

Se denominan números Naturales a los números: 1,2,3,4,…… Este conjunto tiene primer elemento, pero no último. Dado cualquier número natural se puede hallar el siguiente, sumando uno al elegido, es decir sí $x \in N \Rightarrow x+1 \in N$.

Números Enteros Z

Encontraste algún número natural que al sumarle 5 se obtenga 2?. Entonces, para poder definir la diferencia o resta de dos números en forma general necesitamos ampliar el campo de los naturales. Este nuevo conjunto es el conjunto de los **números Enteros,** formado por los números Naturales, el cero y los opuestos de los Naturales.

$$\boldsymbol{Z \equiv -N \cup \{0\} \cup N}$$

Observemos que N está incluido en Z: $N \subset Z$

Valor absoluto de un número entero

El valor absoluto de un número es la distancia de dicho número al cero:

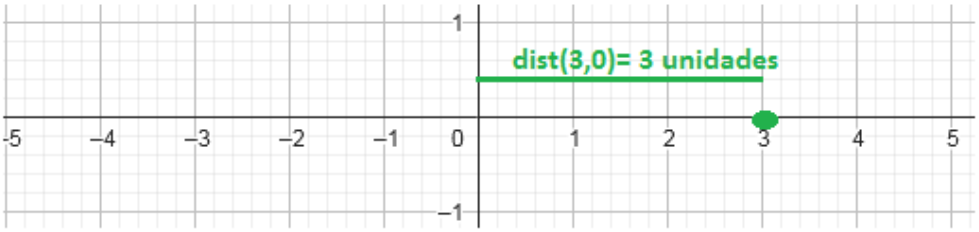
$$|x| = \begin{cases} x \ \ si\ x \geq 0 \\ -x \ \ si\ x < 0 \end{cases}$$

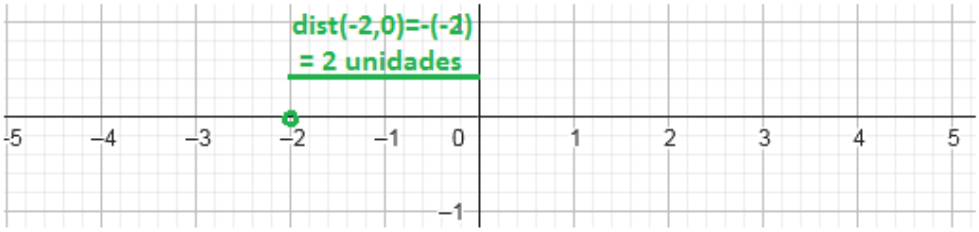
- ✓ ***Ejemplos***

i) $|3| = dist(3,0) = 3$

ii) $|-2| = dist(-2,0) = -(-2) = 2$

iii) $|-a| = ???\ si\ se\ sabe\ que\ a < 0$





Los números Racionales Q

Vimos que no existe ningún número entero que multiplicado por 5 nos de 8. Nos vemos en la necesidad de estudiar otro conjunto numérico para poder resolver esta ecuación.
Los números racionales son los que se pueden expresar como cociente de dos números enteros (como una razón a/b). Ejemplos: 2/5, 1/3, 5/4, 0.25= 25/100= ¼, 0=0/1.
Al número "a" se lo llama numerador y al número "b" denominador (recordar que "b" indica la cantidad de partes que debo dividir a la unidad y "a" las partes que tomo). Por ejemplo: $\frac{3}{5}$ indica que divido a la unidad en 5 partes y que tomo 3 de ellas.

Propiedades de los números racionales

- No tienen ni primer ni último elemento.
- Es un conjunto infinito.
- Los números racionales se pueden expresar como racionales finitos o periódicos.
- Entre dos números racionales existen infinitos racionales, por eso decimos que es un conjunto **denso**.
- Observemos que : $N \subset Z \subset Q$.

Números irracionales I

Un **número irracional** es un número que **no se puede** expresar como decimal con un número finito de cifras.

Ejemplo: **Pi** es un número irracional. El valor de Pi es **3,14159265358979323846264338327 95 (y más...)**

Ejemplo: ¿La raíz cuadrada de 2 es un número irracional?

Mi calculadora dice que la raíz de 2 es 1,414213562373095048801688724 2097, ¡pero eso no es todo! De hecho sigue indefinidamente, sin que los números se repitan.

No se puede escribir una fracción que sea igual a la raíz de 2. Así que la raíz de 2 es un **número irracional**

Números irracionales famosos

- Pi es un número irracional famoso. Se han calculado más de un millón de cifras decimales y sigue sin repetirse. Los primeros son estos: 3,14159265358979323846264338327 95 ……π
- El número ***e*** (el número de Euler) es otro número irracional famoso. Se han calculado muchas cifras decimales de ***e*** sin encontrar ningún patrón. Los primeros decimales son: 2,71828182845904523536028747135 27 ……..
- La razón de oro es un número irracional. Sus primeros dígitos son: 1,61803398874989484820.....φ

Muchas raíces cuadradas, cúbicas, etc. también son irracionales. Ejemplos:

$\sqrt{3}$	1,732050807568877293527446341505 9…..
$\sqrt{99}$	9,949874371066199547344798210012 1 …..

Pero $\sqrt{4} = 2$, y $\sqrt{9} = 3$, así que **no todas** las raíces son irracionales.
Por último, llamamos al conjunto que reúne a todos los conjuntos numéricos anteriores: **Conjunto de Números Reales**.

Propiedades de las operaciones en R

Suma

Propiedad Conmutativa: cualesquiera sean los números reales a y b, vale: $a + b = b + a$

$$\frac{1}{2} + \frac{3}{4} = \frac{3}{4} + \frac{1}{2}$$

$$\frac{1}{2} + \frac{3}{4} = \frac{1.2 + 3}{4} = \frac{5}{4}$$

$$\frac{3}{4} + \frac{1}{2} = \frac{3 + 1.2}{4} = \frac{5}{4}$$

Propiedad Asociativa: cualesquiera sean los números reales a, b y c, vale:

$$\boldsymbol{a + (b + c) = (a + b) + c}$$

Propiedad de existencia del elemento neutro: existe un número real llamado "cero", que indicamos "0", tal que para todo número real se cumple: $\boldsymbol{a + 0 = 0 + a}$

Propiedad de existencia del inverso aditivo o simétrico: Dado un número real "a" existe un número real que llamamos "inverso aditivo de a o simétrico", e indicamos "-a", tal que:

$$\boldsymbol{a + (-a) = (-a) + a = 0}$$

Producto

Las propiedades básicas del producto son también cuatro y se corresponden con las de la suma:
Propiedad Conmutativa[1]: $\forall a, b$ se verifica: $a.b = b.a$
Propiedad Asociativa: $\forall a, b, c \in R$ se verifica: $\boldsymbol{a.(b.c) = (a.b).c}$
Propiedad de existencia del elemento neutro: existe un número real distinto de cero que llamamos "uno" e indicamos "1", tal que, para todo número real se cumple: $\boldsymbol{a.1 = a}$

[1] Define a.b y define b.a

Propiedad de existencia del inverso multiplicativo: dado un número real "a", distinto de cero, existe un número real que llamamos "inverso multiplicativo de a" o "recíproco", e indicamos "a^{-1}", tal que:$\boldsymbol{a.a^{-1}=1}$

Propiedad distributiva (vincula la suma con el producto): cualesquiera sean los números reales a,b y c, vale:

$$\boldsymbol{a.(b+c)=a.b+a.c \quad , \quad (b+c).a=b.a+c.a}$$

$$\boldsymbol{(a+b).(c+d)=a.c+a.d+b.c+b.d}$$

$$\boldsymbol{(a+b).(a+b)=a^2+2.a.b+b^2=(a+b)^2}$$

$$\boldsymbol{(a-b).(a-b)=a^2+2.a.(-b)+(-b)^2=a^2-2.a.b+b^2=(a-b)^2}$$

$$\boldsymbol{(a-b)^2 \neq a^2-b^2}$$

$$\boldsymbol{a^2-b^2=(a+b).(a-b)}$$

Propiedades de la suma y la multiplicación

Conmutativa y asociativa

Hemos visto que se pueden sumar o multiplicar números en cualquier orden (propiedad conmutativa) y también se los puede agrupar de distintas maneras (propiedad asociativa), los resultados no varían. Los ***paréntesis*** indican qué se hace primero.

✓ Ejemplos

a) 52+14+8=PC=52+8+14=PA=(52+8)+14=60+14=74
b) 20.18.5=PC=18.20.5=18.100=1800

Analiza estos ejemplos, pregúntate: ¿qué beneficio obtengo en resolver de esta manera? y resuelve los siguientes ejercicios aplicando el mismo método

Distributiva

A veces, resulta útil descomponer uno de los factores de un producto y luego distribuir para resolver los cálculos mentalmente.

✓ Ejemplos

a) 9.19=9.(20-1)=PD=9.20-9.1= 180-9=171
b) 8.14=8.(10+4)=PD=80+32=112

❖ *Ejercicios*

1. Escribe algunos factores como una suma o una diferencia y resuelve aplicando la propiedad distributiva[2] (no puedes usar la calculadora)
   a) 19.8= c) 17.19=

[2] Material extraído del libro: "Entre Números" de Santillana.

b) 23.4=
c) 18.6=
d) 11.38=
e) 5.9999=

2. Observa que algunos factores pueden escribirse como el producto de factores "más chicos" y usa ese hecho para calcular mentalmente:
   a) Ejemplo 7.30=7.3.10= 21.10=210
   b) 25.14=
   c) 24.5=
   d) 35.12=

3. Marca los errores que se cometieron en las siguientes operaciones y resuelve correctamente:

a) 25-(7-3)=25-7-3=25-10=15

b) 6.4+8=6.4+6.8=24+48=72

4. I) Resuelve aplicando la propiedad distributiva sabiendo que a , b y c $\in R$

Caso I) $\boldsymbol{a.(b+c)=a.b+a.c}$

a) $2.(3+4)=$
b) $5.(4-3)=$
c) $6.(-6+8)=$
d) $-2.(3+4)=$
e) $-4.(-2+4)=$
f) $-5.(-5-1)=$
g) $4.(9+10)=$
h) $0{,}5.(4-2)=$
i) $0{,}1.(10+20)=$

II) Ahora hacemos el proceso inverso, extraemos un factor común, es decir:

$$\boldsymbol{a.b+a.c=a.(b+c)}$$

Presta atención: $\boldsymbol{-4.5+(-4).3=-4.(5+3)=-4.8=-32}$

$$\boldsymbol{-4.5+(-4).3\equiv -4.5-4.3=-4.(5+3)=-4.8=-32}$$

a) $5.4+5.3=$
b) $4.3+4.7=$
c) $-2.6+(-2).8=$
d) $-10.5+(-10).7=$
e) $-5.3-5.6=$
f) $-0{,}1.4-0{,}1.5=$

5. I) Resuelve aplicando la propiedad distributiva sabiendo que a, b y $c \in R$

Caso II) $\boldsymbol{(b+c).a=b.a+c.a}$

a) $(0{,}3+0{,}2).2=$
b) $(0{,}5+0{,}2).0{,}1=$
c) $(0{,}003-0{,}001).(-0{,}1)=$
d) $\left(\frac{5}{4}-\frac{1}{4}\right).(-8)=$
e) $\left(\frac{2}{3}+\frac{1}{3}\right).0{,}01=$
f) $\left(\frac{6}{5}-\frac{7}{5}\right).5=$

II) Ahora hacemos el proceso inverso, extraemos un factor común, es decir:

$$\boldsymbol{b.a+c.a=(b+c).a}$$

a) $3.0{,}1+2.0{,}1=$
b) $-2.0{,}4+3.0{,}4=$
c) $7.(-3)+4.(-3)=$
d) $5.(-3/4)+6.(-3/4)=$
e) $4.e+9.e=$
f) $6.(-\pi)+9.(-\pi)=$

6. Resuelve aplicando la propiedad distributiva sabiendo que $a, b, c\ y\ d\ \in R$:

Caso III) $(\boldsymbol{a+b}).(\boldsymbol{c+d}) = \boldsymbol{a.c + a.d + b.c + b.d}$

a) $(2+3).(5+6) =$
b) $(5+2).(7+9) =$
c) $(-2+5).(7-4) =$
d) $(e+1).(8-2) =$
e) $(8-2).(6+3) =$
f) $(9-4).(7-3) =$

7. Resuelve aplicando la propiedad distributiva y extrae conclusiones sabiendo que $a, b\ y\ c\ \in R$

a) $(a+b).(a-b) =$
b) $(a+b).(a+b) =$
c) $(a-b).(a+b) =$
d) $(a-b).(a-b) =$
e) $(\sqrt{2}-\sqrt{3}).(\sqrt{2}+\sqrt{3}) =$
f) $(\sqrt{2}+\sqrt{3}).(\sqrt{2}+\sqrt{3}) =$

8. Completa cada cálculo sabiendo que $18.12 = 216$ ***(sin usar la calculadora)***

a) $6. \ldots .12 = 216$
b) $18.10 + (18. \ldots) = 216$
c) $10.12 + (\ldots .12) = 216$
d) $9.12 = 216: \ldots$
e) $18.4 = 216: \ldots$
f) $9.6 = 216: \ldots$
g) ….. .24=216
h) 9.120=216. …

9. Muestra cómo puedes realizar los cálculos sabiendo que $72.5 = 360$ ***(sin usar la calculadora)***

a) $72.15 =$
b) $144.5 =$
c) $36.5 =$
d) $36.15 =$
e) $72.20 =$
f) $144.20 =$

10. Hay que envasar 8638 botellas en cajones de una docena.

a) ¿Cuántos cajones se podrán llenar?
b) ¿Cuántas botellas harían falta para completar otro cajón más?
c) Si para envasar las 8638 botellas pudieran usar cajones con capacidad para más de 12, ¿cuál es el más chico que deberían utilizar?

Presta atención

$$\boldsymbol{a\frac{b}{c} = n\acute{u}mero\ mixto \equiv a + \frac{b}{c} = \frac{a.c}{c} + \frac{b}{c} = \frac{a.c+b}{c}}$$

➢ *Ejemplos*

a) $4\frac{2}{3} = 4 + \frac{2}{3} = \frac{4.3}{3} + \frac{2}{3} = \frac{14}{3}$
b) $7\frac{1}{5} = 7 + \frac{1}{5} = \frac{7.5}{5} + \frac{1}{5} = \frac{36}{5}$

Expresiones decimales periódicas puras y mixtas

I) **Periódica pura:** Una expresión decimal periódica pura es aquella cuyas cifras decimales son todas periódicas.

Ejemplos:

a) $1{,}2222 \ldots = 1,\hat{2}$
b) $2{,}343434 \ldots = 2,\widehat{34}$

II) **Periódica mixta:** Una expresión periódica mixta posee en su porción decimal una parte no periódica ubicada entre la coma y el período, y otra periódica.

Ejemplos:

a) $2{,}345555 \ldots . = 2{,}34\hat{5}$
b) $0{,}345676767 \ldots = 0{,}345\widehat{67}$

¿Cómo hacemos para expresar estos números en fracciones?

I) **Periódica pura:** asigno una letra al número dado, por ejemplo, $A = 3{,}111 \ldots$. Luego multiplico por una potencia de 10 elevada a un número natural que será igual a la cantidad de dígitos que tenga el período, en este caso 1. Luego hallo el valor de la diferencia entre la potencia de $10^n . A - A$

A= 3,1111....
10A= 31,111....

10A= 31,111....
A= 3,111....

9A=28
A=28/3

Otro ejemplo:

B=0,2121....
100B=21,2121...

100B=21,2121...
B= 0,2121....

99B= 21
B= 21/99= 7/33

II) **Periódica mixta:** analizamos dos ejemplos y extraemos conclusiones:

Ejemplos:

C=3,124444...
1000C=3124,4444...
100C= 312,4444...

900C= 2812
C= 2812/900

C= 703/225

D= 0,34567567567...
100000D=34567,567567...
100D= 34,567567....

99900D= 34533
D= 34533/99900= 3837/11100

11. Resuelve sin calculadora:

I. Expresa los siguientes números decimales como fracciones:

a) $0.1 =$ b) $0.01 =$ c) $0.001 =$ d) $2.4 =$
e) $-2.44 =$ f) $-3.405 =$ g) $34.6789 =$ h) 0.23455=

i) $0.1111 \ldots =$ j) $3.999 \ldots =$ k) $1.121212 \ldots =$ l) $-1.145145 \ldots =$

Muy importante: fracciones equivalentes

12. Encuentra el número decimal que es equivalente al número dado:

Todos estos ejercicios se resuelven sin calculadora. Guíate por el ejemplo en los casos en que puedas convertir el denominador de la fracción original en una potencia de 10.

a) 7/8=7.125/8.125=875/1000=0,875 b) 3/500 c) $5\frac{2}{3} =$ d) 1/9

e) 0,7% f) 7/11 g) 0,04% h) 103%

Múltiplos y divisores

13. Busca información sobre los criterios de divisibilidad.

14. Encierra en un círculo a todos los múltiplos de 2 y de 3 que encuentres en la siguiente tabla:

6	7	9	10	12	14	18	21	23	25
30	32	36	40	42	44	48	55	57	60

15. Encierra en un círculo a todos los divisores de 36 que encuentres en la siguiente tabla.

2	3	4	5	6	7	10	12	15
18	19	20	22	28	30	32	33	36

16. Responde:

a) ¿Es cierto que 52500 y 934632 son divisibles por 2, por 3 y por 4? (aplica los criterios, prohibido usar la calculadora)
b) ¿Es cierto que 1234563 es divisible por 11?

17. Ejercicios combinados:

a) $\frac{1}{2} . \frac{3}{4} : \frac{8}{6} =$ b) $\frac{4}{3} . \left(-\frac{1}{2}\right) : \left(\frac{3}{4} . \frac{6}{10}\right) =$ c) $-\frac{2}{3} : \left[\frac{1}{2} : \left(\frac{3}{4} : \frac{1}{8}\right)\right] =$

d) $\left(\frac{1}{2} : \frac{3}{4}\right) . \left[\frac{2}{5} : \left(-\frac{2.5}{6}\right)\right] =$ e) $\left(1 + \frac{1}{2} - \frac{3}{4}\right) . \left(1 - \frac{1}{2} + 3/4\right) . \left(\frac{3}{4} - \frac{1}{2}\right) . \left(\frac{4}{5} - 2\right) . 3\frac{5}{9} =$

18. Clasifica los siguientes números:

Número	N	Z	Q	I	R
2,3333…					
-4,12					
Número	**N**	**Z**	**Q**	**I**	**R**
5/3					
$\sqrt{4}$					
$\sqrt[3]{-1}$					
π					

19. Opuestos y recíprocos. Completa la tabla:

Número	x	3				$\sqrt{2}$			
Opuesto	-x $(x \neq 0)$			4			3/5		-9
Recíproco	$\frac{1}{x} = x^{-1}\,; x \neq 0$		3		1/4			5/4	
Número		3/2			-2.33		e		0
Recíproco	-2/3		-4					π	
Opuesto				5.1		1/2			

Potenciación de números racionales

Se llama potencia n-ésima (con n Natural) del número racional α, al número racional α^n que se obtiene multiplicando n veces el número α.

$$\boldsymbol{\alpha^n = \alpha.\alpha.\alpha \ldots\ldots \alpha}\ \text{(n factores)}$$

α es la **base** de la potencia y n es el **exponente**

Para tener en cuenta:

Potencia con exponente nulo: $\boldsymbol{a^0 = a^{1-1} = a^1 : a^1 = 1}$

Potencia con exponente uno: $\boldsymbol{a^1 = a}$

Potencia con exponente negativo: $\boldsymbol{a^{-n} = a^{0-n} = a^0 : a^n = \frac{1}{a^n}}$

Toda potencia de base positiva es positiva.

Toda potencia de exponente par es positiva

Toda potencia de exponente impar y base negativa es negativa.

Operaciones con potencias

Multiplicación de potencias de igual base

El producto de dos o más potencias de igual base es igual a la base elevada a la suma de los correspondientes exponentes (la misma base y se suman los exponentes):

$$\boldsymbol{a^m . a^n = a^{m+n}} \quad , \qquad 3^4 . 3^2 = 3^{4+2} = 3^6$$

División de potencias de igual base

La división de dos potencias de igual base es igual a la base elevada a la resta de los exponentes respectivos:

$$\boldsymbol{a^m : a^n = a^{m-n}} \quad , \qquad 3^4 : 3^2 = 3^{4-2} = 3^2$$

Potencia de una potencia

La potencia de una potencia de base *a* es igual a la potencia de base *a* y cuyo exponente es el producto de ambos exponentes (la misma base y se multiplican los exponentes):

$$\boldsymbol{(a^m)^n = a^{m.n}}$$

Observación: $\boldsymbol{a^{m^n} \neq (a^m)^n}$

Propiedad distributiva

La potenciación es distributiva con respecto a la multiplicación y a la división:

$$\boldsymbol{(a.b)^n = a^n . b^n} \quad ; \; \boldsymbol{(a:b)^n = a^n : b^n}$$

Propiedades que no cumple la potenciación

No es distributiva con respecto a la adición y sustracción:

$$\boldsymbol{(a \pm b)^n \neq a^n \pm b^n}$$

No cumple la propiedad conmutativa, exceptuando aquellos casos en que base y exponente tienen el mismo valor o son equivalentes. En general:

$$\boldsymbol{a^b \neq b^a}$$

Tampoco cumple la propiedad asociativa:

$$\boldsymbol{a^{b^c} = a^{(b^c)} \neq \left(a^b\right)^c = a^{(b.c)} = a^{b.c}}$$

Potencia de base 10

Al multiplicar un número por la potencia **10^n** (con **n>0**) se desplaza la coma hacia la **derecha** tantas posiciones como indica el exponente, si no hubiera suficientes cifras para desplazar a la derecha se agregan ceros a la derecha. Al multiplicar un número por la potencia **10^{-n}** (con **–n<0**) se desplaza la coma hacia la **izquierda** tantas posiciones como indica el exponente, Si no hubiera suficientes cifras para desplazar la coma, se añaden ceros a la izquierda.

Ejemplos:

$14{,}45 * 10^2 = 1445$	$14{,}1 * 10^3 = 14100$	$14{,}45 * 10^{-2} = 0{,}1445$	$1{,}1 * 10^{-3} = 0{,}0011$

Descomposición de números en potencias de base 10 y base 2

Ejemplo: descomponer el número 23546 en potencias de 10:

$$23546 = 20000 + 3000 + 500 + 40 + 6$$

$$2.10000 + 3.1000 + 5.100 + 4.10 + 6 = \mathbf{2}.10^4 + \mathbf{3}.10^3 + \mathbf{5}.10^2 + \mathbf{4}.10^1 + \mathbf{6}.10^0 = \mathbf{23546}$$

Más ejemplos:

i) $305423 = 3.100000 + 0.10000 + 5.1000 + 4.100 + 2.10 + 3$

$$= 3.10^5 + 0.10^4 + 5.10^3 + 4.10^2 + 2.10^1 + 3.10^0$$

ii) $2.10^4 + 4.10^2 + 10^1 + 3 = 20000 + 400 + 10 + 3 = 20413$

iii) $3214.34 = 3000 + 200 + 10 + 4 + 0.30 + 0.04$

$$= 3.10^3 + 2.10^2 + 1.10^1 + 4 + 3.10^{-1} + 4.10^{-2}$$

Se puede descomponer cualquier número en potencias de 10 o en otras potencias. Por *e*jemplo:

$100 = 1.2^6 + 1.2^5 + 0.2^4 + 0.2^3 + 1.2^2 + 0.2^1 + 0.2^0 = 1100100_2$

$101011_2 = 1.2^5 + 0.2^4 + 1.2^3 + 0.2^2 + 1.2^1 + 1.2^0 = 32 + 8 + 2 + 1 = 43$

✓ *Ejercicios*

20. Resuelve los siguientes ejercicios:

a) $a^4 + a^4 + a^4 =$ d) $a^2 : a^{-2} =$

b) $a^4.a^4.a^4 =$ e) $3.a^3.2a^2.a =$

c) $a^4 : a =$ f) $2^{-1} + 3^{-3} + 2^2 =$

21. Aplica la/s propiedad/es conveniente/s para reducir las siguientes potencias a una:

a) $3^3 \cdot 3^4 \cdot 3 =$ b) $5^7 : 5^3 =$ c) $2^{-2} \cdot 2^{-3} \cdot 2^4 =$ d) $2^2 : 2^3 =$

e) $2^{-2} : 2^3 =$ f) $2^2 : 2^{-3} =$ g) $2^{-2} : 2^{-3} =$ h) $3^{-2} \cdot 3^{-4} \cdot 3^4$

i) $(-3)^1 \cdot (-3)^3 \cdot (-3)^4 =$ j) $5^2 : 5^3 =$ k) $5^{-2} : 5^3 =$ l) $5^2 : 5^{-3} =$

m) $(-8) \cdot (-2)^2 \cdot (-2)^0 (-2) =$ n) $[(-2)^{-2}]^3 \cdot (-2)^3 \cdot (-2)^4 =$

o) $[(-2)^6 : (-2)^3]^3 \cdot (-2) \cdot (-2)^{-4} =$ p) $(-3)^2 \cdot (-3)^3 \cdot (-3)^{-4} =$

22. Lleva a la forma a^x siendo "a" un número primo.

a) $[(5^3)^4]^2 =$ b) $(2^5)^4 =$ c) $(8^2)^3 =$ d) $[(2^3)^4]^0 =$

e) $(9^3)^2 =$ f) $(27^2)^5 =$ g) $(4^3)^2 =$ h) $(49^3)^2 =$

23. Desarrolla en potencias de 2 o de 10 según se indique:

En potencias de 10	Es potencias de 2
2344=	50=
10560=	41=
67000=	23=
1000304=	18=
2002001=	17=

Radicación

Recordemos que dado un número racional α se llama raíz n-ésima de α, a un número racional β, tal que β elevado a la n da como resultado α. Es decir:

$$\sqrt[n]{\alpha} = \beta, \text{ si } \beta^n = \alpha$$

Ejemplos:

i) $\sqrt[3]{-8} = -2 \; ya \; que \; (-2)^3 = -8$

ii) $\sqrt{-4} = no \; existe \; en \; en \; el \; campo \; de \; los \; Reales, \nexists x \in R / x^2 = -4$

Propiedades de la radicación

Es una de las operaciones inversas de la potenciación**.**

La radicación no es cerrada en Q.

No es uniforme.

No es conmutativa.
Propiedad distributiva de la radicación: sólo distribuye con respecto al producto y al cociente de las bases siempre que las operaciones sean posibles, y no distribuye a la suma ni a la resta de las bases.

$$\sqrt[n]{\alpha.\beta} = \sqrt[n]{\alpha}.\sqrt[n]{\beta} \qquad \sqrt[n]{\alpha:\beta} = \sqrt[n]{\alpha}:\sqrt[n]{\beta}$$

Ejemplos:

$\sqrt[3]{8.27} = \sqrt[3]{8}.\sqrt[3]{27} = 2.3 = 6$; $\sqrt{(-4).(-9)} \neq \sqrt{-4}.\sqrt{-9}$

No podemos resolver $\sqrt{-4}$ y $\sqrt{-9}$ en los conjuntos numéricos que hemos estudiado.

Consideraciones a tener en cuenta:

Toda raíz de índice impar y radicando positivo es un número positivo, por ejemplo: $\sqrt[3]{27} = 3$

Toda raíz de índice impar y radicando negativo es un número negativo, por ejemplo: $\sqrt[3]{-27} = -3$

24. Indica si son verdaderas o falsas las siguientes proposiciones, justificando en cada caso la respuesta.

a) $3x^4 + 3x^4 = 6x^8$

b) $\sqrt{\frac{9}{5}} = \frac{3}{\sqrt{5}}$

c) $(x^3)^2 = x^6$

d) $\frac{a-b}{4} = \frac{a}{4} - b$

e) $a^n : a^m = a^{n-m}$

f) $\sqrt[n]{\alpha+\beta} = \sqrt[n]{\alpha} + \sqrt[n]{\beta}$

g) $(a+b)^2 = a^2 + b^2$

h) $x.x^{-2}.x^4 = x^2$

25. Resuelve los siguientes ejercicios combinados**.**

a) $\left(\mathbf{1} - \sqrt[3]{\mathbf{-8}}\right)^{\mathbf{-1}} - \mathbf{0.333\ldots} - \left(\mathbf{10^{-1}} + \frac{\mathbf{1}}{\mathbf{10}}\right) =$

b) $\sqrt{1 - \left(\frac{5}{3}\right)^{-2}} + 5^{-1} - 0.999\ldots =$

c) $\left[\left(\frac{3}{2}\right)^{-2} : \left(-\frac{2}{3}\right)^4\right] : 2.3444\ldots =$

26. Indica qué operaciones pueden efectuarse entre los siguientes pares de números de manera tal que el resultado sea un número racional:

a) $5 - \sqrt{2}\ \ y\ \ 6 + \sqrt{2}$

b) $6 + \left(\frac{-5+\sqrt{2}}{3}\right)\ \ y\ \ 7 - \left(\frac{5-\sqrt{2}}{3}\right)$

c) $1.5 - \frac{(-3+\sqrt{2})}{10}$ y $1.5 + \frac{\sqrt{2}-3}{10}$

d) $\frac{6}{6-\sqrt{5}}$ y $\frac{-6}{6+\sqrt{5}}$

27. Resuelve las siguientes operaciones:

a) $5\sqrt{125} + 6\sqrt{45} - 7\sqrt{20} =$

b) $\sqrt{27} - \sqrt{50} + \sqrt{12} + \sqrt{8} =$

d) $\sqrt{125} + \sqrt{54} - \sqrt{45} - \sqrt{24} =$

e) $3\sqrt[3]{16} - 2\sqrt[3]{250} + 5\sqrt[3]{54} - 4\sqrt[3]{2} =$

Hay muchas consideraciones especiales que debemos tener en cuenta para realizar operaciones con radicales, sólo recordaremos las siguientes:

$$\sqrt[n]{\alpha^n} = \alpha$$ **si n es impar**

$$\sqrt[n]{\alpha^n} = |\alpha|$$ **si n es par**

$$\alpha^{\frac{n}{m}} = \sqrt[m]{\alpha^n}$$

28. Resuelve aplicando propiedades:

a) $2^{1/2}.2^{2/3}.2^{-1/3}=$

b) $\sqrt[3]{2^3} =$

c) $\sqrt[6]{2^6} =$

d) $\sqrt{(-3)^2} =$

e) $\sqrt{(2-\sqrt{2})^2} =$

f) $\sqrt{(\sqrt{2}-2)^2} =$

Notación científica

La **notación científica** es una manera rápida de representar un número utilizando potencias de base diez. Esta notación se utiliza para poder expresar fácilmente números muy grandes o muy pequeños. Los números se escriben como un producto: $a.10^n$

Siendo: "a" un número entero o decimal mayor o igual que 1 y menor que 10, que recibe el nombre de **mantisa y "n"** un número entero, que recibe el nombre de **exponente u orden de magnitud.**

Para expresar un valor utilizando notación científica se cuenta el número de lugares que se necesita mover la coma para poder obtener el número "a". Si la coma se mueve hacia la izquierda, entonces "a" es un entero positivo, por ejemplo para el número 72000, se corre la coma cuatro lugares hacia la izquierda, y se obtiene a= 7,2, por lo tanto el número 72000 expresado en notación científica será: $7{,}2.10^4$. Pero si se mueve hacia la derecha "a" será un entero negativo, por ejemplo: 0,00000045 expresado en notación científica será: $4{,}5.10^{-7}$.

29. Expresa en notación científica o en número decimal según corresponda:

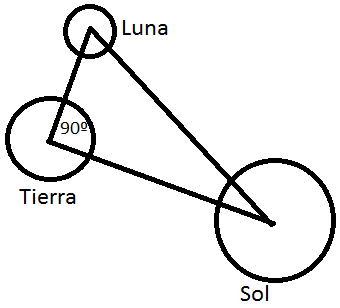
	En notación científica		En número decimal
0,001		$2*10^{-2}$	

0,0002		$2,1*10^{-4}$	
0,00024		$3,19*10^{-5}$	
-0,000044		$8,134*10^{3}$	
-0,000000034		$-9,56*10^{5}$	
-0,00000000123		$-6,77*10^{6}$	
20000		$-9,54*10^{7}$	

30. Una abeja pesa $1.2*10^{-1}$ g. El polen que recolecta la abeja en un viaje pesa $6.0*10^{-2}$ g. ¿cuál es el peso combinado de la abeja y el polen?

31. La masa del Sol es, aproximadamente, 330000 veces la de la Tierra. Si la masa de la Tierra es 6.10^{24} kg, calcula la masa del Sol.

32. Si la distancia de la Tierra al Sol es, aproximadamente, $1.4*10^{8}$ km y la distancia de la Tierra a la Luna es $4*10^{5}$ km, calcula la distancia de la Luna al Sol en el momento que muestra la figura.



Razones y Proporciones

Llamamos **razón** al cociente indicado de dos números. Por ejemplo:

$$\frac{4}{5}, \frac{a}{b}, \frac{7}{3} \ldots\ldots$$

Observa que sólo se trata de divisiones que están indicadas, sin calcular su resultado.

Llamamos **proporción** a la igualdad de dos razones:

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$$

Regla de tres simple directa-magnitudes directamente proporcionales

Problema resuelto: Un vehículo recorre 300 kilómetros con 25 litros de gasolina. ¿Cuántos kilómetros podría recorrer con 200 litros?

Solución: por regla de tres simple sabemos que

$$\begin{array}{l} 25 \text{ litros} \longrightarrow 300 \text{ km} \\ 200 \text{ litros} \longrightarrow x \text{ km} \end{array} \qquad \text{de donde } x = \frac{200 \text{ litros} \cdot 300 \text{ km}}{25 \text{ litros}} = 2400 \text{ km}$$

Se trata de un problema de regla de tres directa: a mayor cantidad de combustible, mayor distancia recorrida. Cada pareja de datos, debidamente ordenados, los podemos escribir en forma de dos razones:

$$\frac{25}{200} = \frac{300}{x}$$

$$x = \frac{200.300}{25} = 2400$$

Regla de tres simple inversa-magnitudes inversamente proporcionales

A más……menos

A menos……..más

Problema resuelto

Un grifo que mana 18 litros de agua por minuto tarda 14 horas en llenar un depósito. ¿Cuánto tardaría si su caudal fuera de 7 litros por minuto?

18 litros/min————————14 hs
7 litros /min ———————— x hs

de donde x= $\frac{18 \text{ litros/min} \,.\, 14 \text{ hs}}{7 \text{ litros/min}}$ =36 hs

Solución: Son magnitudes **inversamente proporcionales**, ya que **a menos** litros por minuto tardará **más** en llenar el depósito.

Utilizando razones:

$$\frac{7}{18} = \frac{14}{x}$$

$$7.x = 14.18 \;\; ; \;\; x = \frac{14.18}{7} = 36$$

✓ *Ejercicios*

33. Sabiendo que en toda proporción el producto de los medios es igual al producto de los extremos, halla en cada caso el valor de x:

a) $\frac{2}{5} = \frac{x}{10}$ b) $\frac{x}{4} = \frac{35}{20}$ c) $\frac{3}{x} = \frac{1}{6}$ d) $\frac{\sqrt{5}}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{10}}{\sqrt{x}}$

34. Una rueda da 1000 vueltas en 4 minutos ¿Cuántas vueltas dará en 1 hora? Resuelve utilizando las proporciones.

35. Con $1850 puedo comprar 2 camisas ¿cuántas podré comprar con $4500? Resolverlo haciendo uso de las proporciones.

36. Para construir 5 casas se han utilizado 22000 kilos de cemento. ¿Cuántas casas podremos hacer con 132000 kilos?

37. Tres obreros construyen un muro en 12 horas, ¿cuánto tardarán en construirlo 6 obreros?

38. Para sacar el agua de una piscina de plástico se necesita realizar 210 extracciones con un cubo de 12 litros de capacidad. Si el cubo es de 20 litros, ¿cuántas extracciones necesitaremos para sacar toda el agua de la piscina? (respuesta: 126 extracciones)

39. Si con 70 Kg tenemos para alimentar a 25 gallinas durante 30 días. Si se mueren 15 gallinas ¿para cuántos días habrá comida suficiente? (respuesta: 75 días)

Calcular porcentaje (%) o tanto por ciento

http://www.profesorenlinea.cl/matematica/Proporcionalidad.htm

*El **porcentaje** o **tanto por ciento (%),** es una de las aplicaciones más usadas de las **proporciones o razones.***

*El porcentaje es una forma de **comparar** cantidades, es una unidad de referencia que relaciona una **magnitud (una cifra o cantidad)** con el **todo que le corresponde (el todo es siempre el 100)**, considerando como unidad la centésima parte del todo.*

Ejemplos:

1 centésimo = 1/100 5 centésimos= 5/100 50 centésimos=50/100 70 centésimos=70/100

¿Qué significa 50 %?: Significa que de una cantidad que se ha dividido en cien partes se han tomado 50 de ellas, o sea, la mitad.

¿Qué significa 25 %?: Significa que de un total de 100 partes se han tomado 25, o sea ¼ (25/100 al simplificar por 5, se reduce a ¼).

***Nota importante.** No olvidar que las fracciones deben expresarse siempre lo más pequeñas posible, deben ser fracciones irreducibles.*

*El Porcentaje o Tanto por ciento se calcula a partir de variables **directamente proporcionales** (significa que si una variable aumenta la otra también aumenta y viceversa).*

En el cálculo intervienen cuatro componentes:

Cantidad Total	*----*	*100 %*
Cantidad Parcial	*----*	*Porcentaje Parcial*

Ejemplo

(Cantidad total) $ 1.000 - equivale al - 100 % (porcentaje total)
(Cantidad parcial) $ 500 - equivale al - 50 % (porcentaje parcial)

Existen tres situaciones o tipos de problemas que pueden plantearse

1.- Dada una cantidad total, calcular el número que corresponde a ese porcentaje (%) parcial:

Ejemplo: *¿Cuál (cuánto) es el 20% de 80?*

Para resolverlo, se hace: $\frac{80}{x} = \frac{100}{20}$

	Cantidad	***Porcentaje***
Total	*80*	*100*
Parcial	*x*	*20*

Resolvemos la incógnita (x):

$$x = \frac{80.20}{100} = \frac{1600}{100} = 16$$

Respuesta: el 20 % de 80 es 16.

2.- *Calcular el total, dada una cantidad que corresponde a un porcentaje de él.*

Ejemplo: Si el 20 % de una cierta cantidad total es 120 ¿Cuál es el total?

Para resolverlo, se hace: $\frac{x}{120} = \frac{100}{20}$

Cantidad	***Porcentaje***
x	*100*
120	*20*

$$x = \frac{100.120}{20} = 600$$

Respuesta: 120 es el 20 % de un total de 600.

3.- ***Dado el total y una parte de él calcular qué % es esa parte del total.***

Ejemplo: ¿*Qué porcentaje es 40 de 120?*

Cantidad	***Porcentaje***
120	*100*
40	*x*

Para resolverlo, se hace: $\frac{120}{40} = \frac{100}{x}$

Resolvemos la incógnita $x = \frac{100.40}{120} = 33.33$

Respuesta: 40 es el 33,33 % de 120.

Pregunta*: En un supermercado trabajan reponedores, cajeros y supervisores. El 60% corresponde a reponedores, los supervisores son 18 y éstos son un tercio de los cajeros. ¿Cuántos trabajadores tiene el supermercado?*

A) 54	*B) 72*	*C) 108*	*D) 120*	*E) 180*

Este problema contextualizado apunta al contenido de ***porcentajes****. El alumno para resolverlo debe comprender el enunciado e interpretar los datos entregados para realizar relaciones entre ellos. Es así como en el enunciado se mencionan tres tipos de trabajadores en el supermercado, de los cuales 18 son supervisores y éstos corresponden a un tercio de los cajeros (C), es decir,* $18 = \frac{1}{3}.c$ *obteniéndose que existen 54 cajeros.*

Ahora, como se tienen 18 supervisores y 54 cajeros, entre ellos hay 72 trabajadores que equivalen al 40% del total de trabajadores, ya que el 60% son reponedores. Entonces, para responder la pregunta se debe plantear la siguiente proporción, en donde ***x*** *representa al total de trabajadores:*

$$\frac{72}{40\%} = \frac{x}{100\%} \; de \; donde \; x = \frac{72.100\%}{40\%} = 180$$

Por lo tanto, la ***respuesta correcta está en la opción E).***

La opción C) fue el distractor más marcado, y el error que se comete en este caso va en la comprensión de la pregunta del problema, los alumnos no responden lo que les piden, sino que calculan el 60% del total, que corresponde a 108 reponedores y no al total de trabajadores.

✓ *Ejercicios*

40. Completa la tabla según lo que terminas de aprender:

Qué significa x%?	Significa que:…….	O sea
30%		
	De un total de 100 partes se han tomado 30	
		10/100
2%		
	De un total de 100 partes se han tomado 4	
		3/100

41. Cuál es el:

a) 25% de 80	b) 30% de 90	c) 20% de 1000	d) 5% de 10
d) 7% de 20	e) 12% de 15	f) 65% de 300	g) 90% de 100

42. Si el 10% de una cantidad total es 100, ¿cuál es el total?

43. Si el 15% de una cantidad total es 150, ¿cuál es el total?

44. Si el 25% de una cantidad total es 500, ¿cuál es el total?

45. Qué porcentaje es:

a) 30 de 120?	b) 40 de 120?	c) 60 de 120?	d) 90 de 120?
d) 120 de 120?	e) 50 de 100?	f) 25 de 1000	g) 250 de 10000?

46. Al comprar un monitor que cuesta $9800 nos hacen un descuento del 6%, ¿cuánto debemos pagar?

Logaritmación[3]

✓ *Ejercicios*

[3] *Exposición en clase de conceptos teóricos.*

47. Traduce a lenguaje simbólico:
   a) El logaritmo en base 10 de 100 es igual a dos.
   b) El logaritmo natural del número e es igual a 1.
   c) El logaritmo en base 3 de 9 vale 2.
   d) El logaritmo en base ½ de 4 vale -2.
   e) El logaritmo en base 100 de 1 es cero.
   f) El logaritmo en base 3 de, 9 por 27 es igual a 5.

48. Calcula el valor de los siguientes logaritmos:

a) $\log_3 9 =$ b) $\log_2 \frac{1}{2} =$ c) $\log_{56} 1 =$ d) $\log_5 \frac{1}{25} =$ e) $\log 1000 =$

f) $\log 0.00001 =$ g) $\log_{\frac{4}{3}} \frac{3}{4} =$ h) $\log_4 64 =$ i) $\ln e^2 =$ j) $\ln e^{-9} =$

Cómo resolver logaritmos que no resultan inmediatos

A veces no resulta tan sencillo calcular logaritmos, como por ejemplo cuando queremos calcular el $\log_{81} 27$. Nos valemos de la definición de logaritmos, aplicamos propiedades de la potenciación y las dificultades desaparecen. Lee atentamente y pregunta si no comprendes:

$$\log_{81} 27 = x \leftrightarrow 81^x = 27 \leftrightarrow (3^4)^x = 3^3 \leftrightarrow 3^{4x} = 3^3$$

Presta atención a la última igualdad: $\mathbf{3^{4x} = 3^3}$ Podemos afirmar que para que se mantenga la igualdad, si las bases de las potencias son iguales, entonces sus exponentes también lo son, de donde: $\mathbf{4x = 3}$. Por lo tanto, **x=3/4**

Propiedades de los logaritmos

*1. **El logaritmo de un producto** es igual a la suma de los logaritmos de los factores:* $\boldsymbol{log_a x.y = log_a x + log_a y}$	$\log_4 2.16 = \log_4 2 + \log_4 16 = \frac{1}{2} + 2 = \frac{5}{2}$
*2. **El logaritmo de un cociente** es igual al logaritmo del dividendo menos el logaritmo del divisor:* $\boldsymbol{log_a x : y = log_a x - log_a y}$	$\log_4 2 : 16 = \log_4 2 - \log_4 16 = \frac{1}{2} - 2 = -\frac{3}{2}$
*3. **El logaritmo de una potencia** es igual al producto del exponente por el logaritmo de la base:* $\boldsymbol{log_a x^n = n\, log_a x}$	$\log_3 9^5 = 5.\log_3 9 = 5.2 = 10$

*4. **El logaritmo de una raíz** es igual al cociente entre el logaritmo del radicando y el índice de la raíz:* $$\boldsymbol{log_a \sqrt[n]{x^m} = log_a x^{m/n}}$$ $$\boldsymbol{= \frac{m}{n} . log_a x}$$	$\log_2 \sqrt[5]{4^{10}} = \log_2 4^{\frac{10}{5}}$ $= \log_2 4^2 = 2.\log_2 4 = 2.2 = 4$
*5. **Cambio de base**:* $$log_b x = \frac{log_c x}{log_c b}$$	$$\log_4 128 = \frac{\log_2 128}{\log_2 4} = \frac{7}{2}$$

No existen propiedades para la suma y para la resta de logaritmos, es decir: $\boldsymbol{\log(x+y) = no\ hay\ propiedad}$ $\boldsymbol{\log(x-y) = no\ hay\ propiedad}$

49. Resuelve aplicando propiedades convenientemente:

a) $\log_{64} 2 =$ b) $\log_{243} 81 =$ c) $\log_{0.000001} 100 =$ d) $\log_{\frac{2}{5}} \frac{125}{8} =$

e) $\log_{125} 1/5 =$ f) $\log_{128} \sqrt{2} =$ g) $\log_{1/3} 243^5 =$ h) $\ln e^{20} =$

50. Calcula los siguientes logaritmos aplicando la definición:

a) $\log_2 128 =$ b) $\log_4 1 =$ c) $\log_5 0.2 =$

d) $\ln e^3 =$ e) $\log_2 1/8 =$ f) $\log_{-4} 1/16 =$

51. Realiza las siguientes operaciones:

a) $\log(4-\sqrt{6}) + \log(4+\sqrt{6}) =$

b) $\frac{1}{2}\log(12-2\sqrt{11}) + \frac{1}{2}\log(12+2\sqrt{11}) =$

52. Toma logaritmos en las siguientes expresiones y desarrolla:

a) $a = \frac{x^2}{d\sqrt{a}}$ b) $x = \frac{m}{n}\sqrt{p}.\sqrt[3]{q}$

53. Encuentra el valor de x en cada caso aplicando las propiedades estudiadas:

a) $2^x = 8$ b) $2^{-x} = 8$

c) $3^x = 6$ d) $3^{-x} = 6$

e) $10^x = 0.00001$ f) $e^{-x} = 0.25$

Trabajo práctico Nº 1

i. Determina si las siguientes afirmaciones son verdaderas o falsas, si $x \in R_{\geq 0}$, $p \in Z$ y $q \in Z$. Justifica.

a) $x^p.x^q = x^{p+q}$

b) $\sqrt{\sqrt[3]{p}} = \sqrt[5]{p}$

c) $\frac{4^{a^2}}{4^{b^2}} = 2^{2(a-b)(a+b)}$

d) $(x+2)^3 = x^3 + 2^3$

e) $7.\frac{4}{\frac{1}{8}} = \frac{7}{2}$

f) $\sqrt{(-6)^2} = -6$

ii. Resuelve en cada caso aplicando la propiedad distributiva:

a) $(\sqrt{5}-\sqrt{2}).(\sqrt{5}+\sqrt{2}) =$	b) $(\sqrt{5}-\sqrt{2}).(\sqrt{5}-\sqrt{2}) =$

iii. La luz viaja a una velocidad aproximada de 300 000 kilómetros por segundo. La distancia media de la Tierra al Sol es 150 000 000 kilómetros. Usa la notación científica para calcular cuánto tarda la luz del sol en llegar a la Tierra.

✓ Respuestas

1. Escribe algunos factores como una suma o una diferencia y resuelve aplicando la propiedad distributiva[4] (no puedes usar la calculadora)

d) 19.8=(20-1).8=20.8-1.8=160-8=152
e) 23.4=(20+3).4=20.4+3.4=80+12=92
f) 18.6=(20-2).6=120-12=120-10-2=108
f) 17.19=17.(20-1)=340-17=340-10-7=330-7=323
g) 11.38=11.(40-2)=440-22=440-20-2=420-2=418
h) 5.9999=5.(10000-1)=50000-5= 49995

2. Observa que algunos factores pueden escribirse como el producto de factores "más chicos" y usa ese hecho para calcular mentalmente, aplica las propiedades estudiadas:

e) Ejemplo 7.30=7.3.10= 21.10=210
g) 24.5=6.4.5=6.20=120
f) 25.14=25.2.7=25.2.7=50=350
h) 35.12=35.2.6=35.2.6=70.6=420

3. Marca los errores que se cometieron en las siguientes operaciones y resuelve correctamente:

c) 25-(7-3)=25-7-3=25-10=15
d) 6.48=6.4+6.8=24+48=72

4. Resuelve aplicando la propiedad distributiva sabiendo que a , b y c $\in R$

Caso I) $\boldsymbol{a.(b+c) = a.b + a.c}$

a) 2.(3+4)=2.3+2.4=6+8=14
b) 5.(4-3)=5.4-5.3=20-15=5
c) 6.(-6+8)=6.(-6)+6.8=-36+48=48-30-6=18-6=12

[4] Material extraído del libro: "Entre Números" de Santillana.

f) -5.(-5-1)=-5.(-5)-5.(-1)=25+5=30

h) 0,5.(4-2)=0,5.4-0,5.2=2-1=1

II) Ahora hacemos el proceso inverso, extraemos un factor común, es decir:

$$\boldsymbol{a.b + a.c = a.(b + c)}$$

a) 5.4+5.3=5.(4+3)=5.7=35

b) 4.3+4.7=4.(3+7)=4.10=40

c) -2.6+(-2).8=-2.(6+8)=-2.14=-28

d) -0,1.4-0,1.5= -0,1.(4+5)=-0,1.9=-0,9

5. Resuelve aplicando la propiedad distributiva sabiendo que $a, b\ y\ c \in R$

Caso II) $\boldsymbol{(b + c).a = b.a + c.a}$

a) (0,3+0,2).2=0,3.2+0,2.2=0,6+0,4=1,0

b) (0,5+0,2).0,1=0,5.0,1+0,2.0,1=0,05+0,02=0,07

c) (0,003-0,001).(-0,1)=0,003.(-0,1) – 0,001.(-0,1)=-0,0003+0,0001=-0,0002

d) $\left(\frac{5}{4} - \frac{1}{4}\right).(-8) = \frac{5}{4}.(-8) - \frac{1}{4}.(-8) = -10 + 2 = -8$

e) $\left(\frac{2}{3} + \frac{1}{3}\right).0,01 = \frac{2}{3}.0,01 + \frac{1}{3}.0,01 = \frac{0,02}{3} + \frac{0,01}{3} = \frac{0,03}{3} = 0,01$

f) $\left(\frac{6}{5} - \frac{7}{5}\right).5 = \frac{6}{5}.5 - \frac{7}{5}.5 = 6 - 7 = -1$

II) Ahora hacemos el proceso inverso, extraemos un factor común, es decir:

$$\boldsymbol{b.a + c.a = (b + c).a}$$

g) $3.0,1 + 2.0,1 = (3 + 2).0,1 = 0,5$

h) $-2.0,4 + 3.0,4 = (-2 + 3).0,4 = 0,4$

i) $7.(-3) + 4.(-3) = (7 + 4).(-3) = 11.(-3) = -33$

j) $5.\left(-\frac{3}{4}\right) + 6.\left(-\frac{3}{4}\right) = (5 + 6).\left(-\frac{3}{4}\right) = 11.\left(-\frac{3}{4}\right) = -\frac{33}{4}$

k) $4.e + 9.e = (4 + 9).e = 13.e$

l) $6.(-\pi) + 9.(-\pi) = (6 + 9).(-\pi) = -15.\pi$

6. Resuelve aplicando la propiedad distributiva sabiendo que $a, b, c\ y\ d\ \in R$:

Caso III) $\boldsymbol{(a + b).(c + d) = a.c + a.d + b.c + b.d}$

a) (2+3).(5+6)=2.5+2.6+3.5+3.6=10+12+15+18=10+15+12+18=25+30=55

b) (5+2).(7+9)=5.7+5.9+2.7+2.9=35+45+14+18=80+12+2+18=92+20=112

c) (-2+5).(7-4)=-2.7+(-2).(-4)+5.7+5.(-4)=-14+8+35-20=-6+15=9

d) (e+1).(8-2)= e.8+e.(-2)+1.8+1.(-2)=8e-2e+8-2=6e+6

7. Resuelve aplicando la propiedad distributiva y extrae conclusiones sabiendo que $a, b\ y\ c \in R$

a) $(a+b).(a-b) = a.a + a.(-b) + b.a + b.(-b) = a^2 - ab + ba - b^2 = a^2 - b^2$ ya que $b.a \equiv a.b$ por lo tanto $a^2 - ab + ba - b^2 = a^2 - ab + ab - b^2 = a^2 - b^2$

b) $(a+b).(a+b) = a.a + a.b + b.a + b.a = a^2 + a.b + a.b + b^2 = a^2 + 2ab + b^2$

Notación: $2ab = 2.a.b$

c) $(a-b).(a+b) = a.a + a.b - b.a - b.b = a^2 + ab - ab - b^2 = a^2 - b^2$

d) $(a-b).(a-b) = a.a + a.(-b) - b.a - b.(-b) = a^2 - ab - ab + b^2 = a^2 - 2ab + b^2$

e) $(\sqrt{2}-\sqrt{3}).(\sqrt{2}+\sqrt{3}) = \sqrt{2}.\sqrt{2} + \sqrt{2}.\sqrt{3} - \sqrt{3}.\sqrt{2} - \sqrt{3}.\sqrt{3} = \sqrt{2}^2 + \sqrt{6} - \sqrt{6} - \sqrt{3}^3$
$= 2 - 3 = -1$

f) $(\sqrt{2}+\sqrt{3}).(\sqrt{2}+\sqrt{3}) = \sqrt{2}.\sqrt{2} + \sqrt{2}\sqrt{3} + \sqrt{3}.\sqrt{2} + \sqrt{3}.\sqrt{3} = \sqrt{2}^2 + \sqrt{6} + \sqrt{6} + \sqrt{3}^2 =$
$= 2 + 2.\sqrt{6} + 3 = 5 + 2.\sqrt{6}$

Observación: $\sqrt{2}^2$ se puede simplificar la potencia con el índice de la raíz ya que el radicando es positivo

Es decir:

$\sqrt{2}^2 = 2$

Ahora bien, si te preguntamos: ¿puedes simplificar exponente con índice en los siguientes casos?

a) $\sqrt{-2}^2$**?**

b) $\sqrt{-2^2} = ?$

c) $\sqrt{(-2)^2} = ?$

8. Completa cada cálculo sabiendo que $18.12 = 216$ (SIN USAR LA CALCULADORA)

i) $6.3.12 = 216$
j) $18.10 + (18.2) = 216$
k) $10.12 + (8.12) = 216$
l) $9.12 = 216$: …
m) $18.4 = 216$: 3
n) $9.6 = 216$: …
9.6=9.2.3=18.3=216:4
o) ¿? .24=216
p) 9.120=216. ¿?

9. Muestra cómo puedes realizar los cálculos sabiendo que $72.5 = 360$

g) $72.15 = 72.5.3 = 360.3 = 1080$
h) $144.5 =$
i) $36.5 =$
j) $36.15 =$
k) $72.20 =$
l) $144.20 = 72.2.5.4 = 72.5.2.4 =$
$= 360.2.4 = 720.4 = 2880$

10. Hay que envasar 8638 botellas en cajones de una docena.

d) ¿Cuántos cajones se podrán llenar? **719 cajones**
e) ¿Cuántas botellas harían falta para completar otro cajón más? **2 botellas**
f) Si para envasar las 8638 botellas pudieran usar cajones con capacidad para más de 12, ¿cuál es el más chico que deberían utilizar? **De 14 botellas**

11. Resuelve sin calculadora:

II. Expresa los siguientes números decimales como fracciones:

m) $0{,}1 = \frac{1}{10}$
n) $0{,}01 = \frac{1}{100}$
o) $0{,}001 = \frac{1}{1000}$
p) $2{,}4 = \frac{24}{10} = \frac{12}{5}$
q) $-2{,}44 = -\frac{244}{100} = -\frac{61}{25}$
r) $-3{,}405 = -\frac{3405}{1000} = \frac{681}{200}$
s) $34{,}6789 =$
t) 0,23455=
u) $0{,}111\ldots = \frac{1}{9}$
v) $3{,}999\ldots = 4$
w) $1{,}121212\ldots = \frac{111}{99}$
x) $-1{,}145145\ldots = \frac{1144}{999}$

12. Solicita a tu docente que verifique si tus respuestas son correctas. Muy importante que lo hagas.

13. Busca información sobre los criterios de divisibilidad: a cargo del lector.

14. Encierra en un círculo a todos los múltiplos de 2 y de 3 que encuentres en la siguiente tabla:

6	7	9	10	**12**	14	**18**	21	23	25
30	32	**36**	40	**42**	44	**48**	55	57	**60**

15. Divisores de 36:

2	**3**	**4**	5	**6**	7	10	**12**	15
18	19	20	22	28	30	32	33	**36**

16. A cargo del lector.

17. Ejercicios combinados:

f) $\frac{9}{32}$ g) *A cargo del lector* h) -8

i) $-\frac{4}{25}$ j) -4

18. Clasifica los siguientes números:

Número	N	Z	Q	I	R
2,3333…			X		X
-4,12			X		X
5/3			X		X
$\sqrt{4}$	X	X	X		X
$\sqrt[3]{-1}$		X	X		X
π				X	X

19. Opuestos y recíprocos. Completa la tabla:

Número	x	3	1/3	-4	4	$\sqrt{2}$	-3/5	4/5	9
Opuesto	-x ($x \neq 0$)	-3	-1/3	4	-4	$-\sqrt{2}$	3/5	-4/5	-9
Recíproco	$1/x$; $x \neq 0$	1/3	3	-1/4	1/4	$\frac{1}{\sqrt{2}}$	-5/3	5/4	1/9
Número	-3/2	3/2	-1/4	-5.1	-2.33	-1/2	e	$1/\pi$	0
Recíproco	-2/3	2/3	-4	-10/51	-100/233	-2	1/e	π	-
Opuesto	3/2	-3/2	1/4	5.1	2.33	1/2	-e	$-1/\pi$	-

20. Resuelve los siguientes ejercicios:

a) $a^4 + a^4 + a^4 =$

b) $a^4 . a^4 . a^4 =$

c) $a^4 : a =$

d) $a^2 : a^{-2} =$

e) $3.a^3 . 2a^2 . a =$

f) $2^{-1} + 3^{-3} + 2^2 =$

a) $3.a^4$	b) a^{12}
c) a^3	d) a^4
e) $6a^6$	f) 245/54

21. Aplica la/s propiedad/es conveniente/s para reducir las siguientes potencias a una:

q) $3^3 \cdot 3^4 \cdot 3 = 3^{3+4+1} = 3^8$ r) 5^4 s) 2^{-1} t) 2^{-1}
u) 2^{-5} v) $2^2 : 2^{-3} = 2^{2-(-3)} = 2^5$ w) 2 x) 3^{-2}
y) $(-3)^8$ z) 5^{-1} aa) 5^{-5} bb) 5^5
cc) $(-2)^6$ dd) (-2)
ee) $(-2)^6$ ff) (-3)

22. Lleva a la forma a^x siendo "a" un número primo.

i) 5^{24} j) 2^{20} k) $(8^2)^3 = [(2^3)^2]^3 = 2^{18}$ l) 1
m) 3^{12} n) 3^{30} o) 2^{12} p) 7^{12}

23. Desarrolla en potencias de 2 o de 10 según se indique:

En potencias de 10	Es potencias de 2
$2344=2.10^3+3.10^2+4.10+4$	$50=1.2^5+1.2^4+2=110010_2$
$10560=1.10^4+5.10^2+6.10$	$41=1.2^5+1.2^3+1=1.2^5+0.2^4+1.2^3+0.2^2+0.2+1.2^0$
67001= a cargo del lector	$23=1.2^4+1.2^2+1.2+1$
$1.10^6+3.10^2+4=1.10^6+0.10^5+0.10^4+0.10^3+3.10^2+0.10+4$	$18=1.2^4+1.2=10010_2$
$2002001=2.10^6+2.10^3+1$	$17=1.2^4+1=10001_2$

24. Indica si son verdaderas o falsas las siguientes proposiciones, justificando en cada caso la respuesta.

i) Falsa. El resultado es: $6x^4$
j) $Verdadera$
k) $Verdadera$
l) Falsa. El resultado es $\frac{a}{4} - \frac{b}{4}$
m) Verdadera
n) Falsa. La radicación no es distributiva ni en + ni en -
o) Falsa. La potenciación no es distributiva n en + ni en -
p) Falsa. El resultado es: x^3

25. Resuelve los siguientes ejercicios combinados**.**

a) $-\frac{1}{5}$	b) 0	$c)$ *Resolución en clase*

26. Indica qué operaciones pueden efectuarse entre los siguientes pares de números de manera tal que el resultado sea un número racional: **a) suma; b) resta; c) suma; d) producto**.

27. Resuelve:

a) $29\sqrt{5}$ b) $5\sqrt{3} - 3\sqrt{2}$

$c)\ 2(\sqrt{5}+\sqrt{6})$ $d)\ 7\sqrt[3]{2}$

28. Resuelve aplicando propiedades:

g) $2^{\frac{1}{2}+\frac{2}{3}+(-\frac{1}{3})} = 2^{\frac{5}{6}} = \sqrt[6]{2^5}$ h) $\sqrt[3]{2^3} = 2$ i) $\sqrt[6]{2^6} = 2$

j) $\sqrt{(-3)^2} = |-3| = 3$ k) $2-\sqrt{2}$ l) $|\sqrt{2}-2|$

29. Expresa en notación científica o en número decimal según corresponda:

	En notación científica			En número decimal
0,0000000456	$4.56 * 10^{-8}$		$2,1*10^4$	21000
20000000000	$2 * 10^{10}$		$3,19*10^{-4}$	0.000319
-0,00004	$4 * 10^{-5}$		$8,134*10^3$	8134
-0,00000000034	$3.4 * 10^{-10}$		$-9,56*10^{-6}$	−0.00000956
2340000000000	$2.34 * 10^{12}$		$-6,77*10^5$	−677000

30. $1,8.10^{-1}$

31. $1,98.10^{30}$

32. **A cargo del lector**

33. Sabiendo que en toda proporción el producto de los medios es igual al producto de los extremos, halla en cada caso el valor de x:

e) $x = 4$ f) $x = 7$ g) $x = 18$ **d)** $x = 4$

34. 15000 vueltas

35. $\frac{1850}{4500} = \frac{2}{x}$ *por lo tanto* $x = \frac{4500*2}{1850} = 4.864864\ldots$ ***4 camisas***

36. $\frac{22000}{132000} = \frac{5}{x}$ *por lo tanto* $x = 30$ casas

37. $\frac{6}{3} = \frac{12}{x} \rightarrow x = 6$

38 y 39: **A cargo del lector**

40. Completa la tabla:

Qué significa x%?	Significa que:…….	O sea
30%	De un total de 100 partes se han tomado 30	30/100
30%	De un total de 100 partes se han tomado 30	30/100
10%	De un total de 100 partes se han tomado 10	10/100

2%	De un total de 100 partes se han tomado 2	2/100
4%	De un total de 100 partes se han tomado 4	4/100
3%	De un total de 100 partes se han tomado 3	3/100

41. Cuál es el:

a) 20	b) 27	c) 200	d) 0.5
d) 1.4	e) 1.8	f) 195	g) 90

42. x=1000 43. x=1000 44. x=2000

45. Qué porcentaje es:

a) 25% b) (100/3)% c) 50% d) 75%
d) 100% e) 50% f) 2.5% g) 2.5%

46. $9212

47. Traduce a lenguaje simbólico:

g) $\log 100$	h) $\ln e = 1$	i) $\log_3 9 = 2$	j) $\log_{1/2} 4 = -2$
k) $\log_{100} 1 = 0$	l) $\log_3(9 * 27) = 5$		

48. Calcula el valor de los siguientes logaritmos:

k) 2 l) -1 m) 0 n) -2 o) 3
p) -5 q) -1 r) 3 s) 2 t) -9

49. Resuelve aplicando propiedades convenientemente:

a) $\log_{64} 2 = \log_{2^6} \sqrt[6]{2^6} = \log_{2^6}(2^6)^{1/6} = \frac{1}{6}\log_{2^6} 2^6 = \frac{1}{6}$
b) $\log_{243} 81 = \log_{3^5} 3^4 = \log_{3^5}(3^5)^{4/5} = \frac{4}{5}\log_{3^5} 3^5 = \frac{4}{5}$
g) $\log_{1/3} 243^5 = \frac{\log_3 243^5}{\log_3 3^{-1}} = \frac{\log_3(3^5)^5}{-1.\log_3 3} = \frac{\log_3 3^{25}}{-1} = -25\log_3 3 = -25$
El resto a cargo del lector, si tienes dudas consulta.

50. Calcula los siguientes logaritmos aplicando la definición:

a) $\log_2 128 = x \leftrightarrow 2^x = 128 \leftrightarrow 2^x = 2^7 \leftrightarrow x = 7$

b) A cargo del lector.

c) $\log_5 0.2 = x \leftrightarrow 5^x = 0.2 = \frac{2}{10} = \frac{1}{5} = 5^{-1}$ *por lo tanto*: $5^x = 5^{-1} \leftrightarrow x = -1$

51. Realiza las siguientes operaciones:

c) $log(4-\sqrt{6}).(4+\sqrt{6}) = \boldsymbol{log(16-6) = log10} = 1$

d) $\frac{1}{2}\log(12-2\sqrt{11}) + \frac{1}{2}\log(12+2\sqrt{11}) = \boldsymbol{\frac{1}{2}.[\log(12-2\sqrt{11}) + \log(12+2\sqrt{11})]}$

$$= \boldsymbol{\frac{1}{2}.\log[(12-2\sqrt{11}).(12+2\sqrt{11})] = \frac{1}{2}.\log(144-44) = \frac{1}{2}.\log 100 = \frac{1}{2}.2 = 1}$$

52. Toma logaritmos en las siguientes expresiones y desarrolla: a) Si no especifica en qué base tomar logaritmos, elijo base 10:

$$\log a = \log \frac{x^2}{d\sqrt{a}} \leftrightarrow \boldsymbol{\log a = \log x^2 - \log d\sqrt{a}}$$

$$\boldsymbol{\log a = 2.\log x - (\log d + \log a^{1/2})}$$

$$\boldsymbol{\log a = 2.\log x - \log d - \frac{1}{2}\log a}$$

Pregunta a tu docente o ayudante de TP por qué dejo el resultado expresado así y no sigo operando.

b) $x = \frac{m}{n}\sqrt{p}.\sqrt[3]{q}$

$$\boldsymbol{\log x = \log \frac{m}{n}\sqrt{p}.\sqrt[3]{q} = \log\left[\frac{m}{n}\sqrt{p}.\sqrt[3]{q}\right]}$$

$$\boldsymbol{\log x = \log \frac{m}{n} + \log \sqrt{p} + \log \sqrt[3]{q}}$$

$$\boldsymbol{\log x = \log m - \log n + \frac{1}{2}\log p + \frac{1}{3}\log q}$$

53. Encuentra el valor de x en cada caso aplicando las propiedades estudiadas:

g) $\boldsymbol{x = 3}$

h) $\boldsymbol{x = -3}$

i) $\boldsymbol{x = \log_3 6}$

j) $\boldsymbol{x = -\log_3 6}$

k) $\boldsymbol{x = -5}$

l) $\boldsymbol{x = -ln0.25}$

Índice de contenidos Unidad II

Ecuaciones

- Del lenguaje coloquial al simbólico..... 1
  Ejercicios 1
  Propiedades de la igualdad entre ecuaciones..... 3
- Ecuaciones de primer grado..... 3
  Ejercicios y problemas de aplicación..... 4
  Métodos de resolución de sistemas de ecuaciones..... 6
  Ejercicios 7
- Ecuaciones con valor absoluto..... 8
  Ejercicios..... 8
- Ecuaciones de segundo grado..... 8
  Ejercicios..... 9

Ecuaciones

Del lenguaje coloquial al simbólico

Los matemáticos debemos tener una idea clara y precisa de cómo traducir del lenguaje coloquial al de los símbolos para poder resolver las situaciones problemáticas que se nos planteen. Ya hablamos al respecto en el primer módulo y adelantamos algunos ejemplos sencillos de comprender. Veamos ahora otros ejemplos:

a) Un número real más el doble de su consecutivo.

$x + 2(x+1)$

b) Un número real más el doble de otro número real.

$x + 2y$

c) La suma de tres números reales consecutivos.

$x + (x+1) + (x+2)$

d) El cuadrado de un número real menos el doble del mismo número más 4.

$x^2 - 2x + 4$

e) La suma entre el triplo de un número real y 5.

$3 . x + 5$

f) El triplo de, la suma entre un número real y 5.

$3 . (x + 5)$

Son todos ejemplos de **expresiones lineales** salvo el del inciso d) que es una **expresión cuadrática**. Si a cada expresión le imponemos una condición, obtenemos una **ecuación**.

Por ejemplo: la suma de las edades de Juan y Pedro se puede expresar como $J + P$, donde J representa la edad de José y P la edad de Pedro. Si imponemos la condición de que la suma de las edades es 60, entonces transformamos la expresión lineal en una ecuación lineal: ***J+P=60.***

➢ *Ejercicios*

1. Traduce a lenguaje simbólico las siguientes expresiones y ecuaciones. Completa la tabla.

	Expresión	Ecuación
a) La suma de dos números naturales consecutivos es 9.		
b) La diferencia entre un número real y -4 es 10.		
c) El doble producto entre un número cualquiera y 8.		
d) El cuadrado de un número menos la cuarta parte de dicho número.		
e) El perímetro de un cuadrado es 8.		
f) La superficie del círculo.		

g) La razón entre dos números reales distintos de cero es 3/7.		
h) La raíz cuadrada del siguiente de un número.		
i) El logaritmo en base 8 de 2 es igual al número x.		
j) El valor absoluto de la diferencia entre dos números reales es igual a 3.		
k) La raíz cuadrada del sucesor de un número real.		
l) la suma entre la raíz cuadrada de un número y 1.		

¿Qué significa resolver una ecuación?

Quiere decir que debes calcular el o los valores de la o las incógnitas para que la igualdad sea verdadera. Para poder hacerlo correctamente debes tener presente las siguientes:

Propiedades de la igualdad entre ecuaciones

I. **Cuando se suma o resta un número a ambos lados de la igualdad, la igualdad se mantiene:** $\boldsymbol{a = b \leftrightarrow a \pm c = b \pm c}$

II. **Cuando se multiplica o divide por un mismo número, distinto de cero, en ambos lados de la igualdad, la igualdad se mantiene:** $\boldsymbol{a = b \leftrightarrow a.c = b.c}$ **;** $\boldsymbol{a = b \leftrightarrow a : c = b : c}$ **,** $\boldsymbol{si\ c \neq 0}$.

III. **Cuando se eleva a una potencia distinta de cero ambos miembros de la igualdad, la igualdad se mantiene:** $\boldsymbol{a = b \leftrightarrow a^n = b^n}$ **,** $\boldsymbol{a \neq 0}$.

IV. **Cuando se extrae la misma raíz, en ambos lados de una igualdad de números positivos, la igualdad se mantiene**: $\boldsymbol{a = b \leftrightarrow \sqrt[n]{a} = \sqrt[n]{b}}$

Ecuaciones de primer grado

Debes tener muy en cuenta que las ecuaciones se resuelven siempre utilizando los mismos métodos, lo único que cambia es la forma en que se realizan las operaciones matemáticas.

❖ Resuelve las siguientes ecuaciones

$$\frac{3}{4}.(2x+4) = x + 19 \qquad y \qquad \frac{x-1}{4} - \frac{x-5}{36} = \frac{x+5}{9}$$

❖ $\boldsymbol{\frac{3}{4}.(2x+4) = x + 19}$

Es aconsejable no trabajar con fracciones, entonces utiliza la propiedad II y multiplica ambos miembros por 4:

$$4.\frac{3}{4}.(2x+4) = 4.(x+19)$$

Simplifica y resuelve:

$$6x + 12 = 4x + 76$$

Agrupa los términos que contengan a la variable, en este caso a "x", en uno de ambos miembros de la igualdad y los números que están solos en el otro, aplicando la propiedad I:

$$6x + 12 - 4x = 4x + 76 - 4x$$

Conmuta y asocia de manera conveniente:

$$6x - 4x + 12 = 4x - 4x + 76$$
$$2x + 12 = 76$$
$$2x + 12 - 12 = 76 - 12$$
$$2x = 64$$
$$x = 32$$

Observa que en el proceso de resolución he dejado todos los iguales alineados.

❖ $\frac{x-1}{4} - \frac{x-5}{36} = \frac{x+5}{9}$

Para resolver esta ecuación puedes ante todo aplicar una de las propiedades de las ecuaciones y multiplicar ambos miembros por 36. ¿Por qué crees que te lo sugiero? ¿Qué ventajas obtienes al hacerlo? Como 36 es múltiplo de 4, 9 y de sí mismo, al multiplicar ambos miembros por 36 desaparecen los denominadores, veamos:

$$\frac{9(x-1)-(x-5)}{36} = \frac{x+5}{9}$$
$$\frac{9x-9-x+5}{36} = \frac{x+5}{9}$$
$$\frac{8x-4}{36} = \frac{x+5}{9}$$

Multiplico ambos miembros por 36 para que desaparezcan las fracciones:

$$36.\left(\frac{8x-4}{36}\right) = 36.\left(\frac{x+5}{9}\right)$$
$$8x - 4 = 4.(x+5)$$
$$8x - 4 = 4x + 20$$
$$4x = 24$$
$$x = 6$$

➢ Ejercicios

2. Resuelve las siguientes ecuaciones:

a) $3(2x-4)=9-x$

b) $\frac{3}{2}(3x+4)=x+20$

c) $\frac{x-1}{4}-\frac{x-5}{36}=\frac{x+5}{9}$

d) $\frac{3x+1}{7}-\frac{2-4x}{3}=\frac{-5x-4}{14}+\frac{7x}{6}$

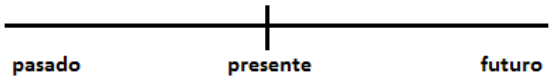
e) $6\left(\frac{x+1}{8}-\frac{2x-3}{16}\right)=3\left(\frac{3}{4}x-\frac{1}{4}\right)-\frac{3}{8}(3x-2)$

f) $2-\left[-2(x+1)-\frac{x-3}{2}\right]=\frac{2x}{3}-\frac{5x-3}{12}+3x$

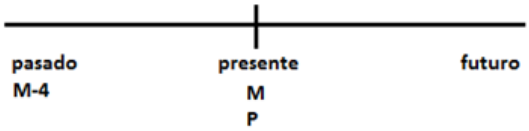
❖ Problema resuelto

El primo de Mariano tiene ahora la mitad de los años que tenía Mariano hace cuatro años. Mariano tiene cinco años más que su primo. Calcula cuantos años tiene Mariano y su primo.

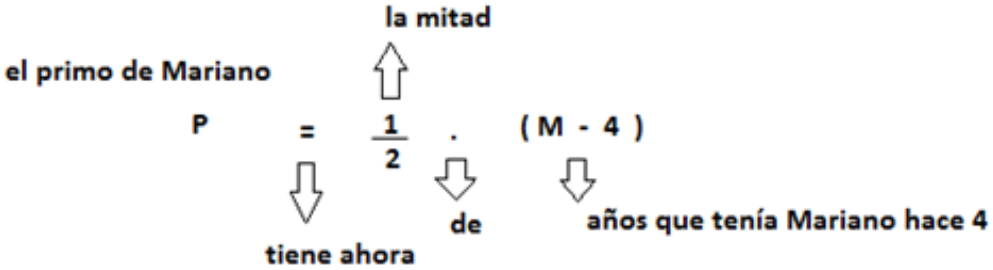
Solución: Una manera que resulta muy conveniente de abordar este tipo de problemas es la siguiente: lee atentamente el problema y dibuja una línea de tiempo:



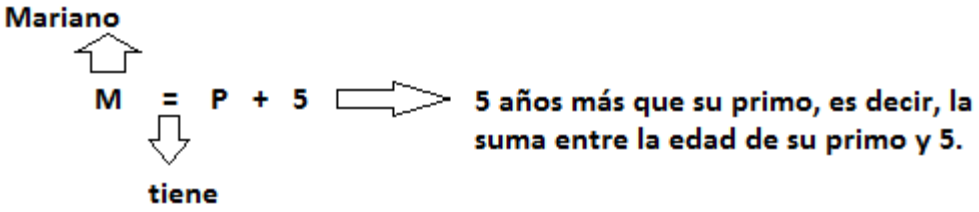
Asigna por ejemplo la letra M para identificar la edad actual de Mariano y la letra P para identificar la edad actual del primo de Mariano. Relee el problema y sólo piensa en la primera oración: *El primo de Mariano tiene ahora la mitad de los años que tenía Mariano hace cuatro.*



Lleva esta información a la línea de tiempo. Ahora traduce la oración a lenguaje simbólico: *El primo de Mariano tiene ahora la mitad de los años que tenía Mariano hace cuatro.*



Sigue leyendo el problema y traduce a lenguaje simbólico la segunda oración: *Mariano tiene cinco años más que su primo.*



Agrupa las ecuaciones que adquiriste armando un sistema:

$$\begin{cases} P = \frac{1}{2}.(M-4) \\ M = P + 5 \end{cases}$$

Obtuviste de esta manera un sistema de dos ecuaciones con dos incógnitas. Para no trabajar con fracciones, busco una ecuación equivalente a la ecuación $P = \frac{1}{2}.(M-4)$, multiplicando ambos miembros por 2:

$$\begin{cases} 2P = M - 4 \\ M = P + 5 \end{cases}$$

$$2P = P + 5 - 4 = P + 1$$

$$2P = P + 1$$

$$P = 1 \;\; y \;\; M = 6$$

Mariano tiene 6 años y su primo 1.

Dos métodos de resolución de sistemas de ecuaciones

- Problema: se sabe que el triplo de un número menos el cuádruplo de otro número da por resultado -6 y que el doble del primero de ellos más el cuádruplo del segundo da 16. Encuentra dichos números.

Reducción

I. Expresamos en lenguaje simbólico:

$$\begin{cases} 3x - 4y = -6 \\ 2x + 4y = 16 \end{cases}$$

II. Ya que en ambas ecuaciones aparece el cuádruplo de y $(4y)$, sumando ambas eliminamos una de las incógnitas:

$$3x - 4y = -6$$
$$\underline{2x + 4y = 16}$$
$$3x - 4y + (2x + 4y) = -6 + 16$$
$$3x + 2x - 4y + 4y = 10$$

$$5x = 10$$
$$x = 2$$

III. Podemos ahora sustituir este valor de x en una de las dos ecuaciones para hallar el valor de y, y luego verificar que este par de valores hallados es solución de ambas ecuaciones. También podemos multiplicar la primera ecuación por 2 y la segunda por 3 para que los coeficientes que acompañen a las x sean iguales y después restar ambas para obtener una ecuación con una sola incógnita, la y.

$$2.\,(3x - 4y = -6) \leftrightarrow 6x - 8y = -12$$
$$3.\,(2x + 4y = 16) \leftrightarrow 6x + 12y = 48$$

$$6x - 8y = -12$$
$$\underline{6x + 12y = 48}$$
$$6x - 8y - (6x + 12y) = -12 - 48$$
$$6x - 8y - 6x - 12y = -60$$
$$-20y = -60$$
$$y = 3$$

Verifica en ambas ecuaciones que el par $\{(2,3)\}$ es la solución del sistema.

Sustitución

I. Expresamos en lenguaje simbólico:

$$\begin{cases} 3x - 4y = -6 \\ 2x + 4y = 16 \end{cases}$$

I. De una de las ecuaciones despejamos una de las incógnitas, por ejemplo de la ecuación $2x + 4y = 16$ despejo x (primero divido por 2 ambos términos):

$$(2x + 4y) : 2 = 16 : 2 \;\leftrightarrow x + 2y = 8 \;\leftrightarrow x = 8 - 2y$$

II. Sustituyo x en la primera ecuación:

$$3(8 - 2y) - 4y = -6 \;\leftrightarrow 24 - 6y - 4y = -6 \;\leftrightarrow 24 - 10y = -6$$

$$24 + 6 = 10y \;\leftrightarrow\; 30 = 10y \;\leftrightarrow\; 3 = y$$

III. Hallo el valor de x como en el caso anterior, o comienzo de nuevo y despejo la y.

➢ Problemas

3. La edad de Soledad es la cuarta parte de la edad de su madre. Dentro de 20 años, Soledad tendrá la mitad de la edad de su madre, ¿Cuántos años tienen ahora Soledad y su madre?

4. Tengo 80 libros repartidos en dos estantes. Para que cada estante tenga la misma cantidad de libros tendría que pasar la tercera parte de los libros que hay en el primer estante al segundo. Averigua cuantos libros hay en cada estante.

5. La suma de dos números es 26. La razón entre el doble del primero y el segundo es 7/3. Averigua cuáles son esos números.

6. En un salón hay alumnos y computadoras en cantidades tales que si se utiliza una computadora por alumno quedan 4 alumnos libres; si se ubican 3 alumnos por computadora, quedan 4 computadoras libres. ¿Cuántos alumnos y computadoras hay en el salón?

7. El perímetro de un rectángulo es de 72 cm., la diferencia entre su base y la altura es de 6 cm. ¿Cuál es su área?

8. Un equipo de fútbol jugó 10 partidos. Sabemos que la cantidad de partidos que perdieron es igual a la diferencia entre los que ganaron y los que empataron y que la suma de la cantidad de partidos que ganaron y los que perdieron es igual a la doble cantidad de partidos que empatados menos 2. Averigua cuantos partidos ganaron, cuantos perdieron y cuantos empataron.

9. Le preguntaron a Lucas qué notas se había sacado en las evaluaciones de historia, matemática y geografía. Lucas contestó: "las tres notas suman 20. El doble de la nota de historia es igual a la mitad de la suma de las otras dos. La nota de geografía es igual a la diferencia entre la nota de matemática y la de historia.". ¿Qué notas obtuvo Lucas en cada evaluación?

10. El cuerpo de un pez pesa 4 veces lo que pesa la cabeza y la cola 2 gramos mas que la cabeza. Si el pez pesa 20 gramos, ¿cuál es el peso de cada parte?

11. Al adquirir una notebook cuyo precio es de $8800 nos hacen un descuento del 2.5%. ¿Cuánto hay que pagar por la misma?

Ecuaciones con valor absoluto

A continuación te proponemos que resuelvas algunas ecuaciones que involucran valor absoluto. Utiliza, siempre que sea posible, algunas propiedades enunciadas anteriormente y cuando no lo sea, resuelve las ecuaciones correspondientes usando la definición de valor absoluto. Ten en cuenta que toda ecuación que involucre valor absoluto se puede resolver usando la definición.

➢ Ejercicios

12. Resuelve cada una de las siguientes ecuaciones, aplica todas las propiedades que hemos aprendido de valor absoluto.

a) $|x| = 3$ b) $|-x| = 3$ c) $|x-1| = 2$ d) $|x-2| + |2x-4| = 6$
e) $|2.(x-1)| = 4$ f) $2|x| + 3|x| = 10$ g) $|1-x| = 2$ h) $x^2 = 4$
i) $(x-1)^2 = 16$ j) $(x+1)^2 = -100$ k) $|x+3|^4 = -16$ l) $(x+1)^2 = 100$

Ecuaciones de segundo grado

Supongamos que debes resolver la siguiente ecuación: $x^2 + (7 - x)^2 = 25$

Ante todo efectuamos el cuadrado del binomio:

$$x^2 + 49 - 14x + x^2 = 25$$
$$2x^2 - 14x + 49 - 25 = 0$$
$$2x^2 - 14x + 24 = 0$$

Decimos que esta es una ecuación de segundo grado, ¿por qué?

Recordarás que para hallar las soluciones de una ecuación de este tipo utilizamos la fórmula:

$$\boldsymbol{x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}}$$

Donde "a" es el coeficiente cuadrático, b es el lineal y c el término independiente. Notemos que, en nuestro ejemplo, los coeficientes son respectivamente: 2, -14 y 24. Como son todos ellos múltiplos de 2, antes de utilizar la fórmula extraemos factor común 2:

$$2x^2 - 14x + 24 = 2(x^2 - 7x + 12) = 0$$

Si $2(x^2 - 7x + 12) = 0$, entonces:

$$x^2 - 7x + 12 = 0$$

Donde a=1, b=-7 y c=12. De esta manera los cálculos son más sencillos.

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = \frac{-(-7) \pm \sqrt{(-7)^2 - 4.1.12}}{2} = \frac{7 \pm \sqrt{49 - 48}}{2} = \frac{7 \pm 1}{2}$$

$$\boldsymbol{x_1 = 4 \quad y \quad x_2 = 3}$$

➢ Ejercicios

13. En la fórmula resolvente, ¿qué nombre recibe $b^2 - 4ac$? ¿Por qué?
14. Para resolver una ecuación de segundo grado, ¿es necesario utilizar siempre la fórmula resolvente? ¿Por qué?

15. Resuelve las siguientes ecuaciones:

a) $7x^2 + 21x - 28 = 0$
b) $-x^2 + 4x - 7 = 0$
c) $18 = 6x + x(x - 13)$
d) $7x^2 - 14 = 0$
e) $x^2 + (x + 2)^2 = 580$
f) $(x + 1)x = 0$

16. Halla los valores de x que satisfacen las siguientes ecuaciones bicuadradas:

a) $x^4 - 13x^2 + 36 = 0$ b) $x^6 - 7x^3 + 6 = 0$
c) $x^4 - 25x^2 + 144 = 0$ d) $x^4 - 61x^2 + 900 = 0$

17. Busca información sobre las propiedades del discriminante y las propiedades de las raíces.

18. Determina k de modo que las dos raíces de la ecuación $x^2 - kx + 36 = 0$ sean iguales.

19. Determina qué tipo de raíces tendrán las siguientes ecuaciones sin hallarlas.

a) $3x^2 + 4 = 2x$

b) $x^2 - 3\sqrt{2}x + 1 = 0$

20. Halla los valores de Z para que:

a) La ecuación $x^2 + zx + 3 = 0$ admita dos raíces reales y distintas.

b) La ecuación $zx^2 - x + 4 = 0$ no tenga raíces reales.

21. Para qué valores de "a":

a) $2x^2 + 3x + a \neq 0$?

b) La ecuación $x^2 + (a - 1)x + (a - 2) = 0$ tiene una raíz nula?

c) La ecuación $4x^2 + ax + 1 = 0$ tiene raíces opuestas?

d) Una de las raíces de la ecuación $2x^2 + 3x + a = 0$ sea el doble de la otra.

➢ Problemas

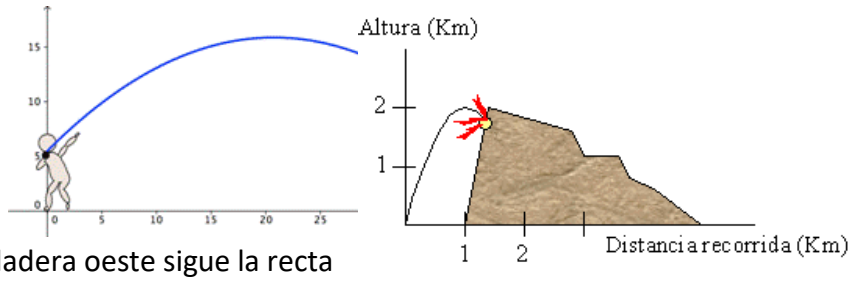
22. Si la suma de dos números es 5 y su producto es −84. ¿Cuál es el valor de cada número?

23. Dentro de 11 años la edad de Pedro será la mitad del cuadrado de la edad que tenía hace 13 años. Calcula la edad de Pedro.

24. Determina los lados de un triángulo rectángulo sabiendo que sus dimensiones son números consecutivos.

25. Un lanzador de peso puede ser modelado usando la ecuación $y = -0.0241\,x^2 + x + 5.5$, donde *x* es la distancia recorrida (en pies), *y* es la altura (también en pies). ¿Qué tan largo es el tiro?

26. Lanzamos un proyectil. La altura alcanzada y (en Km) y los kilómetros recorridos x están relacionados por la ecuación **$y = -2x^2 + 4x$**. A 1 Km del lugar de lanzamiento se encuentra una montaña cuya ladera oeste sigue la recta de ecuación **$y = 6x - 6$**. Halla el punto de la montaña donde se producirá el impacto.



✓ Respuestas

1.

	Expresión	Ecuación
a) La suma de dos números naturales consecutivos es 9.		$x + (x + 1) = 9$
b) La diferencia entre un número real y -4 es 10.		$x - (-4) = 10$
c) El doble producto entre un número cualquiera y 8.	$2.(x.8)$	
d) El cuadrado de un número menos la cuarta parte de dicho número.	$x^2 - \frac{x}{4}$	
e) El perímetro de un cuadrado es 8.		$x + x + x + x = 4x = 8$
f) La superficie del círculo.	$\pi.r^2$	
g) La razón entre dos números reales distintos de cero es 3/7.		$\frac{x}{y} = \frac{3}{7}$
h) La raíz cuadrada del siguiente de un número.	$\sqrt{(x+1)}$	
i) El logaritmo en base 8 de 2 es igual al número x.		$log_8 2 = x$
j) La raíz cuadrada del sucesor de un número real.	$\sqrt{(x+1)}$	
k) la suma entre la raíz cuadrada de un número y 1.	$\sqrt{x} + 1$	

2. a) $x = 3$ b) $x = 4$ c) $x = 6$ d) $x = \frac{1}{4}$ e) $x = \frac{5}{3}$ f) $x = 3$
3. $x = 8580$
4. Soledad tiene 10 años y su madre 40
5. $x = 60\,; y = 20$
6. $x = 14\,; y = 12$
7. Alumnos 12, computadoras 8
8. $x = 21\,; y = 15$
9. No, ya que si la ecuación está incompleta puede resolverse sacando factor común o bien despejando el término cuadrático.
10. a) $x_1 = 1\,;\ x_2 = -4$ b) Sin solución c)) $x_1 = 9\,;\ x_2 = -2$ d)) $x = \pm\sqrt{2}$ e)) $x_1 = 16\,;\ x_2 = -18$ e)) $x_1 = 0\,;\ x_2 = -1$
11. $x = \pm 12$
12. a) No tiene. b) Reales y distintas
13. a) $a \neq 0$ b) $a = 2$ c) $a = 0$ d) $a = 1$
14. $x = -7\,; y = 12$
15. 21 años
16. 3,4 y 5

Índice de contenidos Unidad III

Inecuaciones

- Intervalos-clasificación 1
  Abierto-cerrado 1
  Semiabierto..... 2
- Inecuaciones..... 2
  Criterios de equivalencias..... 2
  Del lenguaje coloquial a simbólico y viceversa..... 3
- Ejercicios resueltos..... 3
  Ejercitación sugerida..... 3
  Respuestas..... 6

Inecuaciones

Recuerda…

Una **inecuación** es una desigualdad en donde hay por lo menos un valor desconocido. Resolver una inecuación es encontrar TODOS los valores de la incógnita que la verifican.

Una inecuación se resuelve igual que una ecuación, salvo en el caso en que se multiplique o divida a ambos miembros por un número negativo, lo que **invierte el sentido de la desigualdad.**

El **conjunto solución** de una inecuación es un **intervalo real o el conjunto vacío**.

Antes de comenzar a trabajar con algunos ejemplos, veamos que es un intervalo real….

Un **intervalo rea**l es un segmento o semirrecta de la recta real y se representa como un par ordenado de número encerrados entre paréntesis y /o corchetes.

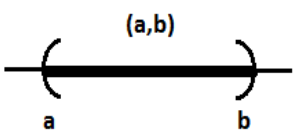
Si queremos escribir **el conjunto de los números enteros mayores que 6 y menores o iguales que 13** escribiríamos: {7; 8; 9; 10; 11; 12; 13} . Las llaves indican que estamos enumerando a los elementos del conjunto.
Pero si queremos hacer lo mismo con los números reales, nos sería imposible. Entre dos números reales cualesquiera existen infinitos elementos.

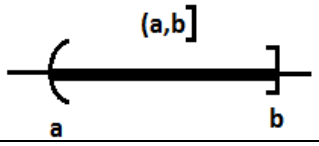
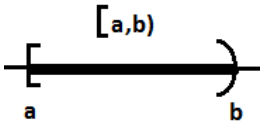
Para indicar subconjuntos de ellos se utilizan los "intervalos", en este caso sería: **(6; 13]**

- El número de la izquierda es el **extremo inferior** y el de la derecha, el **extremo superior**.
- En todo intervalo, el número ubicado a la izquierda debe ser menor que el ubicado a la derecha.
- El **paréntesis** indica que **no** se incluye al extremo, y el **corchete** que **sí** se lo incluye.

Intervalos

Decimos que un intervalo es un conjunto de números reales comprendidos entre otros dos dados: **a y b** que se llaman **extremos del intervalo**.

Intervalo abierto Es el conjunto de todos los números reales mayores que a y menores que b. $(a, b) = \{x \in R / a < x < b\}$	
Intervalo semiabierto por la izquierda $(\boldsymbol{a}, \boldsymbol{b}] = \{x \in R / a < x \leq b\}$	

	
Intervalo semiabierto por la derecha $[a, b) = \{x \in R / a \leq x < b\}$	

Nomenclatura para varios conjuntos

Cuando queremos nombrar un conjunto de puntos formado por dos o más de estos intervalos, se utiliza el signo ∪ (unión) entre ellos.

Inecuaciones

Una condición sobre una o más variables que se expresa mediante una desigualdad recibe el nombre de **inecuación**. Los signos de desigualdad son:

≠	<	>	≤	≥
Distinto	Menor que	Mayor que	Menor o igual que	Mayor o igual que

Una desigualdad que tiene variable se llama **inecuación**. **Por ejemplo**: x + 3 < 7 (La punta del signo < siempre señala el menor)

Criterios de equivalencia[1]

- ✓ Si a los dos miembros de una inecuación se les suma o se les resta un mismo número, la inecuación resultante es equivalente a la dada.

$$3x + 4 < 5$$
$$3x + 4 - 4 < 5 - 4$$
$$3x < 1$$

- ✓ Si a los dos miembros de una inecuación se les multiplica o divide por un mismo número positivo, la inecuación resultante es equivalente a la dada.

$$2x < 6$$
$$2x : 2 < 6 : 2$$
$$x < 3$$

- ✓ Si a los dos miembros de una inecuación se les multiplica o divide por un mismo número negativo, la inecuación resultante cambia de sentido y es equivalente a la dada.

$$-x < 5$$
$$(-x) \cdot (-1) > 5 \cdot (-1)$$
$$x > -5$$

[1] *https://www.superprof.es/apuntes/escolar/matematicas/algebra/inecuaciones/propiedades-de-laa-inecuaciones.html*

Otro ejemplo de resolución: $-2x + 4 \geq 5$, como el término que contiene x es menor que 0, trabajo con los opuestos:

$$-2x + 4 \geq 5$$
$$-(-2x + 4) \leq -5$$
$$2x - 4 \leq -5$$
$$2x - 4 + 4 \leq -5 + 4$$
$$2x \leq -1$$
$$x \leq -1/2$$

$(-\infty, -1/2]$

Del lenguaje coloquial al simbólico y viceversa

Para resolver problemas primero debes escribir la información dada en lenguaje simbólico y luego operar algebraicamente para poder llegar al resultado. A la mayoría de los estudiantes se les complica el proceso cuando se trata de problemas en los que intervienen inecuaciones.

Ejemplos

Si nos dicen:	**Escribimos:**
Al menos 25 estudiantes aprobaron el primer parcial de matemática.	$a \geq 25$
Como mucho aprobaron 25 estudiantes.	$a \leq 25$
A lo sumo aprobaron 25 estudiantes.	$a \leq 25$
La calificación de Programación no alcanza a un 7.	$p < 7$
La calificación de Laboratorio supera el 8.	$l > 8$

Lenguaje simbólico	**Lenguaje coloquial**
$3(x + 1) > 9$	El triplo del consecutivo de un número es mayor que 9
$3x + 1 \leq 3$	La suma entre el triplo de un número y 1 es a lo sumo 3
$x + 3 \leq 5$	La suma entre un número y 3 no supera a 5
$\frac{1}{2}(x - 1) \geq -2$	La mitad del antecesor de un número es como mínimo -2

Ejercicios

1. Escribe con desigualdades los siguientes enunciados:

a) x es un número positivo
b) x es un número negativo
c) x es un número no negativo
d) x es un número no positivo
e) El opuesto de x es positivo
f) El opuesto de x es negativo
g) El consecutivo de un número es mayor que 4
h) El siguiente de un número supera a 9
i) El siguiente de un número no supera a 9
j) El siguiente de un número es a lo sumo 9

2. Escribir en lenguaje coloquial, en forma de inecuación, como intervalo y representar en la recta numérica los siguientes conjuntos de números reales.

a) Los números reales mayores que -3 y menores o iguales que 7

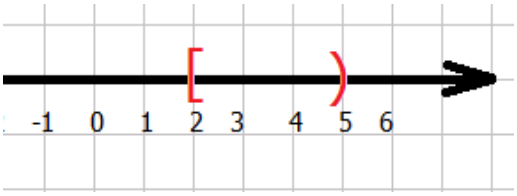
b) (-∞ ; 5]

c) 2 ≤ x ≤ 8

d) Los números reales mayores que – 6

e) Los números reales que no superan al número cuatro.

f)



3. Completa el cuadro

Lenguaje coloquial	Conjunto	Inecuación	Intervalo real
Los números reales menores o iguales que 28		$x \leq 28$	$(-\infty; 28]$
			$(43; \infty)$
	$\{x \in IR \ / \ 2 < x \leq 5\}$		
Los números reales mayores o iguales que -2			
Los números reales mayores que 6 y menores que 17			
		$-5 \leq x < 7$	
Los números reales mayores que -16 y menores que -7			

4. Une cada inecuación con su solución. Observa que sobran respuestas.

a) $5 - 2x < 11$

b) $-x + 1 > 2x - 11$

c) $x : (-3) > 2$

d) $\frac{1+4x}{-3} < 5$

e) $3x < 5x - 10$

f) $\frac{-3x+1}{-2} > 4$

$x < 4$

$x > -4$

$x > 5$

$x > 3$

$x > -3$

$x < -6$

$x < 3$

$x > -6$

5. Resuelve las siguientes inecuaciones y escribe el intervalo solución.

a) $\frac{3x-2}{5}-0,8<\frac{3}{4}\left(1,2x-0,\hat{6}\right)+3x$

b) $3,75\cdot\left(\frac{2}{5}x-0,2\hat{6}\right)\leq\frac{5x-1}{3}-0,3$

c) $\frac{3x-2}{5}-0,4>1,8\left(\frac{2}{3}x-0,1\hat{6}\right)$

d) $\frac{5}{4}(0,2x-0,32)-2x\geq\frac{3-x}{2}-1,2$

e) $\frac{3x-5}{4}-\frac{2x+3}{5}\geq 0,45x-0,35$

f) $0,35x-0,45\leq\frac{7x-3}{5}-\frac{3x+5}{4}$

6. Traduce a lenguaje simbólico

Lenguaje coloquial	Lenguaje simbólico
a) La diferencia entre el doble de un número y 1 es menor que 5.	
b) La diferencia entre el doble de un número y 1 es menor o igual que 5-	
c) La suma entre la mitad de un número y 8 es mayor que 9.	
d) La suma entre la tercera parte de un número y 4 es mayor o igual que -3.	

7. Resuelve las siguientes inecuaciones aplicando propiedades, representa en la recta y escribe el conjunto solución.

a) $2x-4<-3x+5$

b) $-7x+\frac{1}{2}\,x-2\geq 0$

c) $-2.(1-2x)\geq -4$

d) $\frac{1}{3}x-\frac{2}{3}x-1<4-\frac{1}{4}x$

e) $2.(1-2x)\geq -4$

f) $\frac{2x+4}{-2}\geq -2$

g) $\frac{4}{3}-2x<-x+\frac{4}{3}$

h) $-\frac{4}{3}-2x<-x+\frac{4}{3}$

8. Halla el conjunto de valores que satisfacen las siguientes inecuaciones aplicando las propiedades mencionadas anteriormente:

a) $x-3<4$

b) $x-\frac{1}{2}<7$

c) $2x-\frac{4}{5}>9+3x$

d) $x-6<2x-5<x-3$

e) $12-3x\geq -6$

f) $3x-\frac{8}{3}<4-x$

g) $\frac{2x-5}{5}-1>3-x$

h) $x-\frac{1}{2}<2x+2<\frac{1}{2}x+10$

❖ Ejercicio resuelto

Para qué valores de x se cumple $(\boldsymbol{x+2})(\boldsymbol{x-1})<\mathbf{0}$ **?** ¿Tendría sentido que efectúe el producto primero?: la respuesta es NO. Conviene que razone de la siguiente manera: ***para que el producto entre dos números sea negativo (<0) uno de los factores debe ser negativo (recuerda la regla de los signos),*** quiere decir que puede pasar que:

I. $x + 2 > 0 \ \wedge x - 1 < 0$ por lo cual: $x > -2 \ \wedge \ x < 1$

II. $x + 2 < 0 \ \wedge x - 1 > 0$ por lo cual: $x < -2 \ \wedge \ x > 1$ (no hay espacio común)

Por lo tanto $(\boldsymbol{x + 2})(\boldsymbol{x - 1}) < \boldsymbol{0}$ sólo si $\boldsymbol{x} \in (\boldsymbol{-2}, \boldsymbol{1})$

9. Halla los valores de x que satisfacen:

a) $(x + 2)(x - 1) \leq 0$
b) $(x + 2)(x - 1) \geq 0$
c) $(2x - 1)(2x + 3) < 0$
d) $\frac{x+1}{x-1} < 0$

✓ Respuestas

1.

a) x > 0 | b) x < 0 | c) x ≥ 0 | d) x ≤ 0 | e) -x > 0
f) -x < 0 | g) x + 1 > 4 | h) x +1 > 9 | i) x + 1 ≤ 9 | j) x +1 ≤ 9

2. a) Forma literal: Los números reales mayores que -3 y menores o iguales que 7

Forma de inecuación: $-3 < x \leq 7$

Forma de intervalo: $(-3;7]$

b) Forma literal: Los números reales menores o iguales que 5.

Forma de inecuación: $x \leq 5$

Forma de intervalo: $(-\infty;5]$

c) Forma literal: Los números reales mayores o iguales que 2 y menores o iguales que 8.

Forma de inecuación: $2 \leq x \leq 8$

Forma de intervalo: $[2;8]$

d) Forma literal: Los números reales mayores que -6.

Forma de inecuación: $x > -6$

Forma de intervalo: $(-6;+\infty)$

e) Forma literal: Los números reales menores o iguales que 4.

Forma de inecuación: $x \leq 4$

Forma de intervalo: $(-\infty;4]$

f) Forma literal: Los números reales mayores o iguales que 2 y menores que 5.

Forma de inecuación: $2 \leq x < 5$

Forma de intervalo: $[2;5)$

3.

Lenguaje coloquial	Conjunto	Inecuación	Intervalo real
Los números reales menores o iguales que 28	$\{x \in IR \,/\, x \leq 28\}$	$x \leq 28$	$(-\infty; 28]$
Los números reales mayores que 43	$\{x \in IR \,/\, x > 43\}$	$x > 43$	$(43; \infty)$
Los números reales mayores que 2 y menores o iguales que 5	$\{x \in IR \,/\, 2 < x \leq 5\}$	$2 < x \leq 5$	$(2;5]$
Los números reales mayores o iguales que -2	$\{x \in IR \,/\, x \geq -2\}$	$x \geq -2$	$[2;+\infty)$
Los números reales mayores que 6 y menores que 17	$\{x \in IR \,/\, 6 < x < 17\}$	$6 < x < 17$	$(6;17)$
Los números reales mayores o iguales que -5 y menores que 7	$\{x \in IR \,/\, -5 \leq x < 7\}$	$-5 \leq x < 7$	$[-5;7)$
Los números reales mayores que -16 y menores que -7	$\{x \in IR \,/\, -16 < x < -7\}$	$-16 < x < -7$	$(-16;-7)$

4. a) $x > -3$ b) $x < 4$ c) $x < -6$ d) $x > -4$ e) $x > 5$ f) $x > 3$

5. a) $S = \left(-\frac{7}{33}; +\infty\right)$ b) $S = \left[-\frac{11}{5}; +\infty\right)$ c) $S = \left(-\infty; -\frac{5}{6}\right)$ d) $S = \left(-\infty; -\frac{14}{25}\right]$

e) $S = (-\infty; -15]$ f) $S = \left[\frac{14}{3}; +\infty\right)$

6.

a) La diferencia entre el doble de un número y 1 es menor que 5.	$2x - 1 < 5$
b) La diferencia entre el doble de un número y 1 es menor o igual que -5.	$2x - 1 \leq -5$
c) La suma entre la mitad de un número y 8 es mayor que 9.	$x:2 + 8 > 9$
d) La suma entre la tercera parte de un número y 4 es mayor o igual que -3.	$x:3 + 4 \geq -3$

7.

a) $S = \left(-\infty; \frac{9}{5}\right)$ b) $S = (-\infty; -\frac{4}{13}]$ c) $S = [-\frac{1}{2}; +\infty)$ d) $S = [-60; +\infty)$

e) $S = (-\infty; \frac{3}{2}]$ f) $S = (-\infty; 0])$ g) $S = (0; +\infty)$ h) $S = (-\frac{8}{3}; +\infty)$

8.

a) $S = (-\infty; 7)$ b) $S = \left(-\infty; \frac{15}{2}\right)$ c) $S = \left(-\infty; -\frac{49}{5}\right)$ d) $S = (-\infty; 2) \cup (1; +\infty)$

e) S = $(-\infty; 18]$ f) S = $\left(-\infty; \frac{5}{3}\right)$ g) S = $(\frac{25}{7}; +\infty)$ h) S = $\left(-\frac{5}{2}; \frac{16}{3}\right)$

9.

a) S = $(-2; 1)$ b) S = $(-\infty; -2)$ U $(1; +\infty)$ c) S = $\left(-\frac{3}{2}; \frac{1}{2}\right)$ d) S = $(-1; 1)$